

Informatik-Biber

Der Wettbewerb zum digitalen Denken.

AUFGABEN 2021

BUNDES
WEIT
INFORMATIK
NACHWUCHS
FÖRDERN

Bundesweite
Informatikwettbewerbe



[bwinf.de/
biber](https://bwinf.de/biber)

Der Aufgabenausschuss Informatik-Biber 2021

Hannes Endreß, Universität Leipzig
Ulrich Kiesmüller, Simon-Marius-Gymnasium Gunzenhausen
Wolfgang Pohl, BWINF
Kirsten Schlüter, Bayerisches Staatsministerium für Unterricht und Kultus
Michael Weigend, WWU Münster

Die deutschsprachigen Fassungen der Aufgaben wurden auch in Österreich und der Schweiz verwendet. An ihrer Erstellung haben mitgewirkt:

Michael Barot, Kantonsschule Schaffhausen
Liam Baumann, Österreichische Computer Gesellschaft
Wilfried Baumann, Österreichische Computer Gesellschaft
Christian Datzko, Wirtschaftsgymnasium und Wirtschaftsmittelschule Basel
Susanne Datzko, freischaffende Graphikerin / ETH Zürich
Nora Escherle, Schweiz. Verein für Informatik in der Ausbildung (SVIA)
Fabian Frei, ETH Zürich, Ausbildungs- und Beratungszentrum f. Informatikunterricht (ABZ)
Gerald Futschek, Technische Universität Wien
Jens Gallenbacher, ETH Zürich, ABZ
Thomas Galler, Österreichische Computer Gesellschaft
Martin Guggisberg, Pädagogische Hochschule FHNW / SVIA
Angélica Herrera Loyo, ETH Zürich, ABZ
Benjamin Hirsch, Österreichische Computer Gesellschaft
Juraj Hromkovic, ETH Zürich, ABZ
Martin Kandlhofer, Österreichische Computer Gesellschaft
Dennis Komm, ETH Zürich, ABZ
Regula Lacher, ETH Zürich, ABZ
Lucio Negrini, Scuola universitaria professionale della Svizzera italiana / SVIA
Gabriel Parriaux, Haute École Pédagogique Vaud / SVIA
Jean-Philippe Pellet, Haute École Pédagogique Vaud / SVIA
Katharina Resch-Schobel, Österreichische Computer Gesellschaft
Peter Rossmann, RWTH Aachen
Martina Sengstschmid, Österreichische Computer Gesellschaft
Bernadette Spieler, PH Zürich
Florentina Voboril, Technische Universität Wien

* Schweiz. Verein für Informatik in der Ausbildung

** Ausbildungs- und Beratungszentrum für Informatikunterricht

Der Informatik-Biber

ist einer der Bundesweiten Informatikwettbewerbe (BWINF). BWINF ist eine Initiative der Gesellschaft für Informatik (GI), des Fraunhofer-Verbunds IUK-Technologie und des Max-Planck-Instituts für Informatik.

BWINF wird vom Bundesministerium für Bildung und Forschung (BMBF) gefördert.
Die Bundesweiten Informatikwettbewerbe gehören zu den von den Kultusministerien empfohlenen Schülerwettbewerben und stehen unter der Schirmherrschaft des Bundespräsidenten.

Einleitung

Der Informatik-Biber ist ein Online-Test mit Aufgaben zur Informatik. Er erfordert Köpfchen, aber keine Vorkenntnisse.

Der Informatik-Biber will das allgemeine Interesse für das Fach Informatik wecken und gleichzeitig die Motivation für eine Teilnahme an Informatikwettbewerben stärken. Schülerinnen und Schüler, die mehr wollen, sind herzlich eingeladen, sich anschließend am Jugendwettbewerb Informatik und auch am Bundeswettbewerb Informatik zu versuchen (siehe Seite 5).



Der Informatik-Biber findet jährlich im November statt. An der 15. Austragung im Jahr 2021 beteiligten sich 2.469 Schulen und andere Bildungseinrichtungen mit 428.856 Schülerinnen und Schülern; das sind neue Rekordwerte, trotz Corona-Pandemie. Die Möglichkeit, auch in Zweiertteams zu arbeiten, wurde gern genutzt.

Die Teilnahme am Informatik-Biber 2021 war mit Desktops, Laptops und Tablets möglich. Weniger als die Hälfte der Antworteingaben waren multiple-choice. Verschiedene andere Interaktionsformen machten die Bearbeitung abwechslungsreich. In diesem Biberheft ist diese Dynamik der Aufgabenbearbeitung nicht vorführbar. Handlungstipps in den Aufgabenstellungen und Bilder von Lösungssituationen geben aber eine Vorstellung davon. Der Umgang mit dem Wettbewerbssystem konnte in den Wochen vor der Austragung geübt werden.

Der Informatik-Biber 2021 wurde in fünf Altersgruppen durchgeführt. Die Aufgaben jeder Altersgruppe sind in die Schwierigkeitsstufen leicht, mittel und schwer eingeteilt. In den Klassenstufen 3 bis 4 waren innerhalb von 30 Minuten 9 Aufgaben zu lösen, drei in jeder Schwierigkeitsstufe. In den Klassenstufen 5 bis 6 waren innerhalb von 35 Minuten 12 Aufgaben zu lösen, vier pro Schwierigkeitsstufe. In den Klassenstufen 7 bis 8, 9 bis 10 und 11 bis 13 waren innerhalb von 40 Minuten 15 Aufgaben zu lösen, jeweils fünf in jeder Schwierigkeitsstufe.

Die 32 Aufgaben des Informatik-Biber 2021 sind auf Seite 6 gelistet, nach ungefähr steigender Schwierigkeit und mit einer informatischen Klassifikation ihres Aufgabenthemas. Ab Seite 7 folgen die Aufgaben nach ihrem Titel alphabetisch sortiert. Im Kopf sind die zugeordneten Altersgruppen und Schwierigkeitsgrade vermerkt. Eine kleine Flagge gibt an, aus welchem Bebras-Land die Idee zur jeweiligen Aufgabe stammt. Der Kasten am Aufgabenende enthält Erläuterungen zu Lösungen und Lösungswegen sowie eine kurze Darstellung des Aufgabenthemas hinsichtlich seiner Relevanz in der Informatik.

Die Veranstalter bedanken sich bei allen Lehrkräften, die trotz Pandemie mit großem Engagement ihren Klassen und Kursen ermöglicht haben, den Informatik-Biber zu erleben.

Wir laden die Schülerinnen und Schüler ein, auch 2022 wieder beim Informatik-Biber mitzumachen, und zwar in der Zeit vom 7. bis 18. November. Weitere Informationen werden über die Website bwinf.de und per E-Mail an die Koordinatorinnen und Koordinatoren bekannt gegeben.

Bebras: International Challenge on Informatics and Computational Thinking



Der indische Biber

Die Bebras-Community erarbeitet jedes Jahr auf einem internationalen Workshop anhand von Vorschlägen der Länder eine größere Auswahl möglicher Aufgabenideen. Die Ideen zu den 32 Aufgaben des Informatik-Biber 2021 stammen aus 18 Ländern: Deutschland, Indien, Irland, Island, Kanada, Litauen, Österreich, Pakistan, Philippinen, San Salvador, Schweiz, Slowakei, Slowenien, Südkorea, Türkei, Ungarn, Uruguay und Usbekistan.

Der deutsche Informatik-Biber ist Partner der internationalen Initiative Bebras. 2004 fand in Litauen der erste Bebras Challenge statt. 2006 traten Estland, die Niederlande und Polen der Initiative bei, und auch Deutschland veranstaltete im damaligen Informatikjahr als „El:Spiel blitz!“ einen ersten Biber-Testlauf. Seitdem kamen viele Bebras-Länder hinzu. Zum Drucktermin sind es weltweit 72, und weitere Länderteilnahmen sind in Planung. Insgesamt hatte der Bebras Challenge 2021 weltweit erstmalig über drei Millionen Teilnehmerinnen und Teilnehmer.



Der kroatische Biber



Der ukrainische Biber

Deutschland nutzt zusammen mit einer Vielzahl anderer Länder zur Durchführung des Informatik-Biber ein gemeinsames Online-System, das von der niederländischen Firma Cuttle b.v. betrieben und fortentwickelt wird.

Informationen über die Aktivitäten aller Bebras-Länder finden sich auf der Website bebras.org.



Bundesweite Informatikwettbewerbe



Bundesweite
Informatikwettbewerbe

Informatik-Biber

Jugendwettbewerb
Informatik

Bundeswettbewerb
Informatik

Informatik-Olympiade

Bei jungen Menschen das Interesse für Informatik wecken, Begabungen entdecken und fördern: das ist das Ziel der Bundesweiten Informatikwettbewerbe (BWINF), an denen im Jahr 2021 über 450.000 junge Menschen teilnahmen. Der Informatik-Biber ist das BWINF-Einstiegsformat; außerdem werden zwei weitere Wettbewerbe und ein Format zur Spitzenförderung angeboten:

Jugendwettbewerb Informatik

Der Jugendwettbewerb Informatik wurde 2017 zum ersten Mal ausgerichtet. Er richtet sich an Kinder und Jugendliche, die erste Programmiererfahrungen sammeln und vertiefen möchten. Er ist in den ersten beiden Runden ein reiner Online-Wettbewerb, genauso wie der Informatik-Biber. Empfohlen wird eine Teilnahme ab der Jahrgangsstufe 5; die dafür nötigen Kenntnisse können auf der Online-Plattform des Wettbewerbs erworben werden (jwinf.de).

Bundeswettbewerb Informatik

Der Bundeswettbewerb Informatik wurde 1980 von der Gesellschaft für Informatik e.V. (GI) auf Initiative von Prof. Dr. Volker Claus ins Leben gerufen. Dieser traditionsreichste BWINF-Wettbewerb beginnt jedes Jahr im September. Die Aufgaben der ersten und zweiten Runde werden zu Hause selbstständig bearbeitet. In der ersten Runde ist Gruppenarbeit möglich, in der zweiten Runde ist eigenständiges Arbeiten gefordert. Die ca. dreißig bundesweit Besten werden zur dritten Runde, einem Kolloquium, eingeladen. Allen Teilnehmenden stehen weitergehende Fördermaßnahmen offen. Die Siegerinnen und Sieger werden ohne weiteres Verfahren in die Studienstiftung des deutschen Volkes aufgenommen.

Informatik-Olympiade

Finalisten und einige ausgewählte Teilnehmende der zweiten Runde des Bundeswettbewerbs können sich im Folgejahr in mehreren Trainingsrunden für das vierköpfige deutsche Team qualifizieren, das dann an der Internationalen Informatik-Olympiade (IOI) teilnimmt. Auch zu Vorbereitungswettbewerben im europäischen Ausland werden regelmäßig deutsche Teams entsandt.

Austausch

Die Teilnahme an BWINF-Wettbewerben eröffnet Möglichkeiten zum Austausch mit Gleichgesinnten. Erste Anknüpfungspunkte bieten die BWINF-Accounts bei Twitter (@_BWINF) und Instagram (@bwinf), das Informatik-Jugendportal einstieg-informatik.de mit seiner Community und die BWINF-Website. Die nun schon 40 Jahrgänge von Teilnehmenden des Bundeswettbewerbs bilden ein wachsendes Netzwerk, vor allem im Alumni und Freunde e.V. Nach der ersten Runde des Bundeswettbewerbs lernen sich viele Teilnehmende bei Informatik-Workshops von Hochschulen und Unternehmen kennen.

Träger und Förderer

BWINF ist eine Initiative der Gesellschaft für Informatik (GI), des Fraunhofer-Verbunds IUK-Technologie und des Max-Planck-Instituts für Informatik. BWINF wird vom Bundesministerium für Bildung und Forschung (BMBF) gefördert. Die Bundesweiten Informatikwettbewerbe gehören zu den von der Kultusministerkonferenz empfohlenen Schülerwettbewerben und stehen unter der Schirmherrschaft des Bundespräsidenten.

Aufgabenliste

Das sind die 32 Aufgaben des Informatik-Biber 2021, grob geordnet nach steigender Schwierigkeit und gelistet mit einer Klassifikation ihres informatischen Inhalts.

Titel	Thema	Seite
Kugeln ordnen	Algorithmen, Lösungssuche	34
Sporthemd	Modellierung, Datenbanken, Attribute	50
Stempelbild	Modellierung, Mathematik, Ordnung	51
Lieblingsgeschenk a	Algorithmen, Optimierung, Rank-Maximal Matching	36
Brückenbau	Modellierung, Mathematik, Mengen	12
Wassermühlen	Modellierung, Logik, Bedingungen	61
Lieblingsgeschenk b	Algorithmen, Optimierung, Rank-Maximal Matching	37
Seerosen-Treff	Algorithmen, Lösungssuche, Breiten- und Tiefensuche	47
Vier Schildkröten	Algorithmen, Graphen, Hamiltonpfad	59
Emils Münzen	Methodik, Abstraktion	21
Erdbeerklau	Modellierung, Graphen, Cliquen	23
Bäume fällen	Algorithmen, Sortieren, lokale Sortiertheit	7
Schlüsselanhänger	Kodierung, Codes mit variabler Wortlänge, Morse-Code	46
Überblick	Algorithmen, Graphen, minimale Knotenüberdeckung	55
Flüssige Schichten	Algorithmen, Sortieren, Topologische Sortierung	27
Fliesenmuster	Modellierung, Mathematik, Kachelung	25
Bücherei	Modellierung, Datenstrukturen, Hashing	13
Geburtstagsrätsel	Algorithmen, Lösungssuche, rückwärts	30
Murmelband	Modellierung, Automaten, Turingmaschine	40
Verflixte Tische	Algorithmen, Optimierung, Lineare Programmierung	57
Theklas Netze	Modellierung, Graphen, Adjazenzmatrix	53
Rette den Baum!	Algorithmen, Graphen, minimaler Schnitt	44
Früchte stapeln	Prozesse, Reihenfolge, Deadlock	28
Dottis	Modellierung, Datenstrukturen, binärer Suchbaum	19
Gruppenarbeit	Algorithmen, Graphen, Färbung	32
Möglichst bald!	Algorithmen, Lösungssuche, bidirektional	38
Der Affe Koko	Modellierung, Graphen, Komponenten	17
Baumstämme	Algorithmen, Sortieren, Komplexität	8
Clans von Beavaria	Algorithmen, Optimierung, Greedy	15
Nasenlänge	Programmieren, Grundbausteine, Wiederholung / Variablen	42
Biber-Arbeit	Algorithmen, Optimierung, Scheduling	10
SOS aus den Bergen	Systeme, Netzwerke, Redundanz	48



Bäume fällen

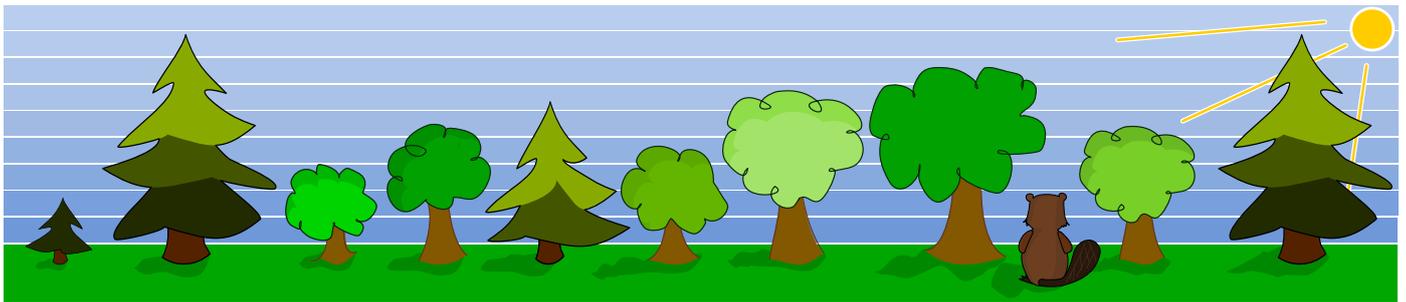
Ein Biber möchte einen Damm bauen.

Damit er immer die richtigen Bäume fällt, hat er sich zwei Bedingungen überlegt.

Er wird einen Baum genau dann fällen, wenn

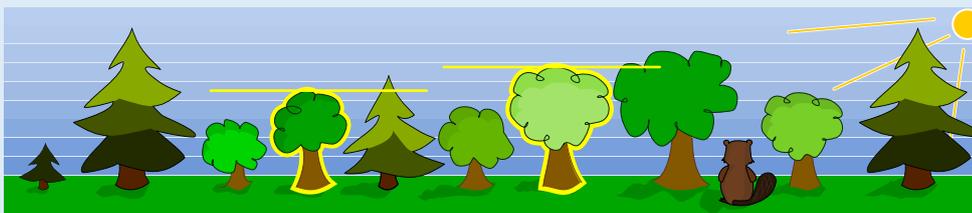
- direkt links daneben ein kleinerer Baum steht und
- direkt rechts daneben ein größerer Baum steht.

Welche Bäume wird der Biber fällen?



So ist es richtig:

Nur die beiden Bäume an vierter Stelle und siebter Stelle von links erfüllen die vorgegebenen Bedingungen: Der Baum links daneben ist kleiner UND der Baum rechts daneben ist größer.

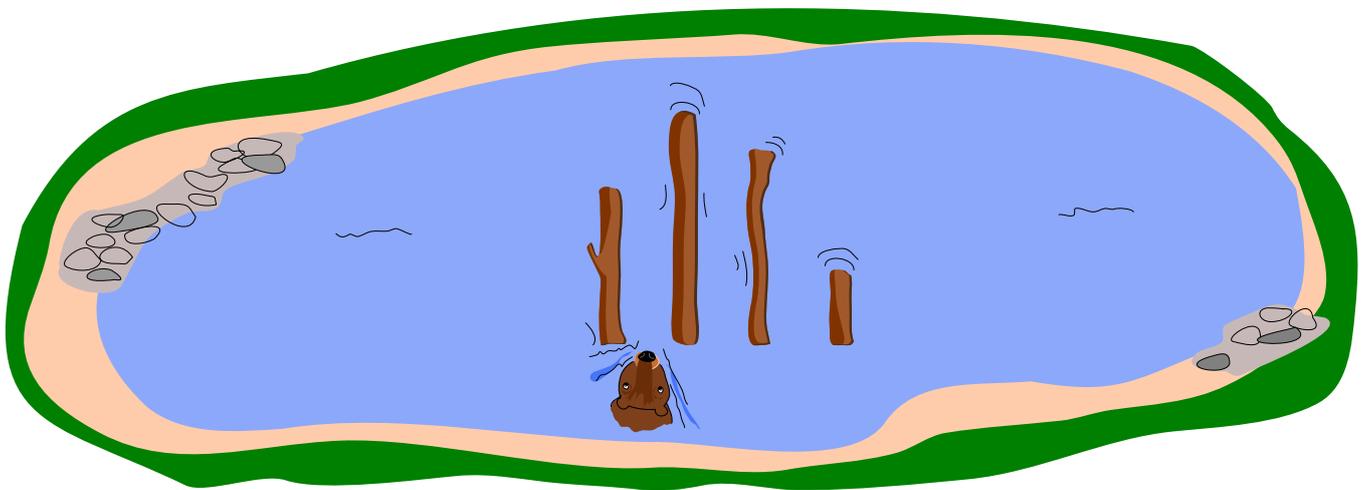




Baumstämme

Im See liegen unterschiedlich lange Baumstämme. Hamid soll sie der Länge nach sortieren: von kurz nach lang. Dafür schwimmt er schrittweise an den Stämmen vorbei. Nach jedem Schritt ist er zwischen zwei Stämmen. Er startet zwischen den beiden Stämmen ganz links. Wenn Hamid zwischen zwei Stämmen ist, vergleicht er deren Längen. Er vertauscht die Stämme, wenn der rechte Stamm kürzer als der linke ist. Wenn er die beiden Stämme vertauscht hat und nicht schon ganz links ist, macht er einen Schritt nach links; wenn er die Stämme nicht vertauscht hat, macht er einen Schritt nach rechts. Dies alles wiederholt er, bis er rechts von den Baumstämmen angekommen ist.

Das Beispiel zeigt, wie Hamid 4 Baumstämme sortiert. Er macht dabei insgesamt 9 Schritte.



Die Anzahl der Schritte hängt davon ab, wie die Stämme am Anfang liegen. Für 4 Stämme muss Hamid mindestens 3 Schritte machen (wenn die Stämme bereits richtig sortiert sind) und höchstens 9 Schritte (wenn die Stämme umgekehrt sortiert sind, von lang nach kurz). Bei 4 Baumstämmen muss Hamid also mit 3 bis 9 Schritten rechnen.

Hamid muss nun 40 Baumstämme sortieren.

Mit wie vielen Schritten muss er rechnen?

- A) 3 bis 39 Schritte
- B) 30 bis 90 Schritte
- C) 39 bis 81 Schritte
- D) 39 bis 1521 Schritte

**Antwort D ist richtig:**

Beim Baumstämme-Sortieren macht Hamid Schritte nach links und nach rechts. Einen Schritt nach rechts macht er, wenn er die beiden Stämme, deren Längen er verglichen hat, nicht vertauschen muss, weil sie schon richtig liegen: kürzer links von länger. Im besten Fall sind alle 40 Stämme bereits von kurz nach lang sortiert. Dann muss Hamid niemals vertauschen und geht nur nach rechts. Er startet dabei rechts vom ersten Stamm und stoppt rechts vom 40. Stamm. Im besten Fall muss Hamid bei 40 Stämmen also 39 Schritte machen; allgemein bei n Stämmen sind es $n - 1$ Schritte. Die Antworten A und B können also nicht richtig sein.

Etwas schwieriger ist zu verstehen, wie viele Schritte Hamid im ungünstigsten Fall machen muss. Dazu kann man sich überlegen, dass alle Baumstämme links von Hamid bereits in sich sortiert sind, wenn Hamid an einer bestimmten Stelle einen Schritt nach rechts gemacht hat. (Am Anfang ist das jedenfalls so: Wenn Hamid startet, vertauscht er die ersten beiden Stämme, die danach in sich sortiert sind, und macht einen Schritt nach rechts.)

Der Baumstamm rechts von Hamid ist dann kürzer als alle links von Hamid liegenden Baumstämme, und Hamid muss ihn nach ganz links „durchtauschen“: Weil die beiden Stämme, die er aktuell vergleicht, falsch liegen, vertauscht er sie und geht einen Schritt nach links; auch die dann verglichenen Stämme liegen falsch usw. bis Hamid ganz links angekommen ist und dann wieder die Stämme vertauscht. Danach ist die Menge der in sich sortierten Baumstämme um 1 gewachsen; Hamid geht dann wieder soweit nach rechts, bis zum ersten Mal zwei Stämme falsch liegen und muss dann wieder ganz nach links durchtauschen – und so weiter.

Bei n umgekehrt sortierten Baumstämmen geht Hamid also immer wieder ein Stück nach rechts und gleich viele Schritte wieder zurück: erst 1 Schritt, dann 2 usw. bis $n - 2$; dann sind alle Baumstämme richtig sortiert, und Hamid muss nur noch $n - 1$ Schritte nach rechts machen, bis er aufhören kann.

Man kann ausrechnen, dass dies insgesamt $(n - 1)^2$ Schritte sind; für $n = 40$ also 1.521 Schritte. Damit ist Antwort D richtig, Antwort C aber nicht.

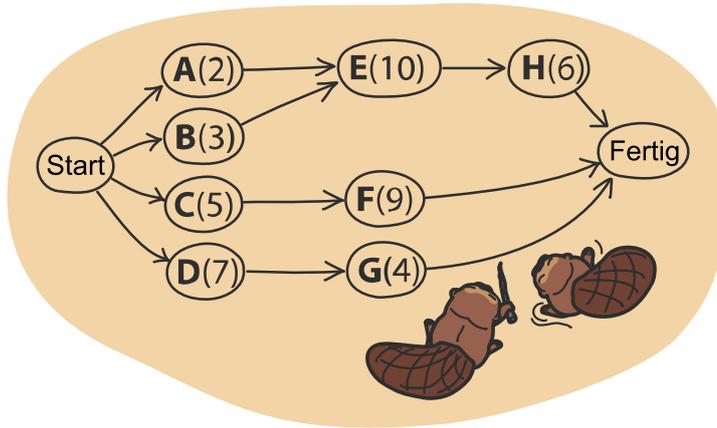


Biber-Arbeit

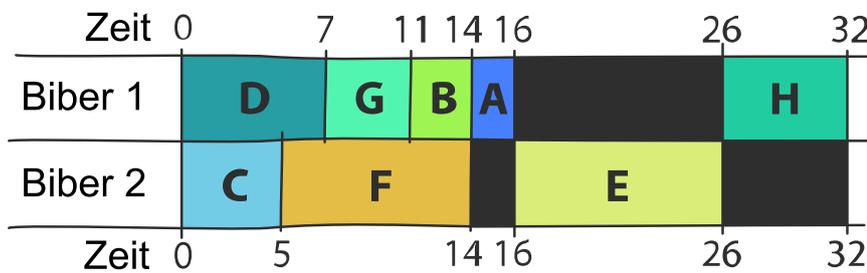
Zwei Biber bauen einen Damm. Dazu müssen sie acht Aufgaben erledigen: Bäume fällen, Äste entfernen, Stämme ins Wasser bringen usw.

Die Biber machen sich erstmal ein Bild.

Für jede Aufgabe gibt es einen Buchstaben. In Klammern steht, wie viele Stunden es dauert, die Aufgabe zu erledigen. Ein Pfeil sagt, dass eine Aufgabe vor einer anderen erledigt werden muss. Zum Beispiel kann E erst begonnen werden, wenn A und B beide erledigt sind.



Die Biber können gleichzeitig arbeiten, aber an unterschiedlichen Aufgaben. Hier ist ihr Arbeitsplan. Damit wird der Damm in 32 Stunden fertig. Es geht aber schneller!



Erstelle einen Arbeitsplan, mit dem der Damm so schnell wie möglich fertig wird!

Ziehe dazu die Aufgaben nach unten in den Plan.

Aufgaben, die noch nicht begonnen werden können, sind grau gefärbt.

Wenn du mit dem Plan noch nicht zufrieden bist, ziehe Aufgaben zurück nach oben.

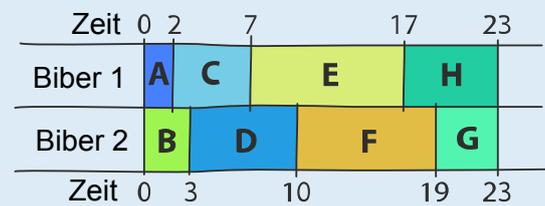


Biber 1	
Biber 2	

**So ist es richtig:**

Im Arbeitsplan aus der Aufgabe hat der erste Biber eine lange Pause (10 Stunden), und der zweite Biber hat insgesamt 8 Stunden lang Leerlauf. Die beiden wären schneller fertig, wenn sie ständig arbeiteten.

Man kommt zu einem insgesamt schnelleren Arbeitsplan, wenn man darauf achtet, dass die beiden größten Aufgaben E(10) und F(9) nicht vom selben Biber ausgeführt werden. Hier ist ein Arbeitsplan, der mit 23 Stunden auskommt. Schneller geht es nicht, denn die beiden Biber arbeiten ohne Pause.





Brückenbau

Bella möchte eine Brücke bauen, über einen Bach. Sie braucht: einen Hammer, Nägel, Bretter und ein Seil.

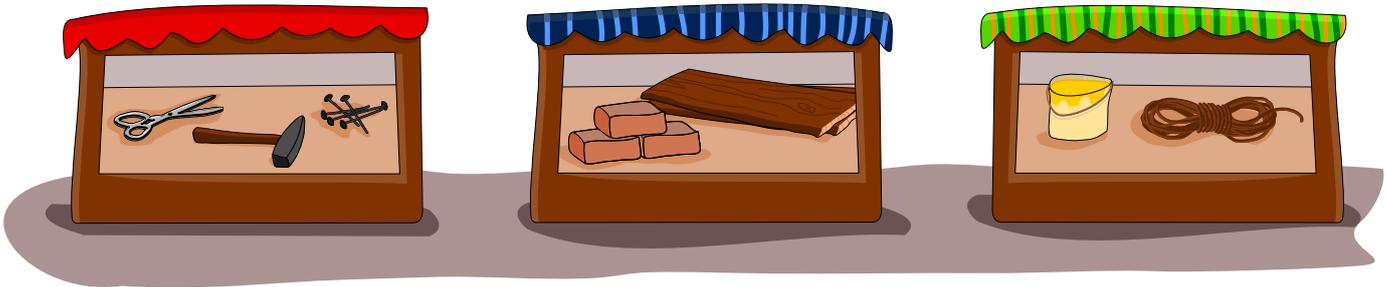
Im Keller findet sie einen Hammer und ein Seil.

Die anderen Sachen muss sie einkaufen.

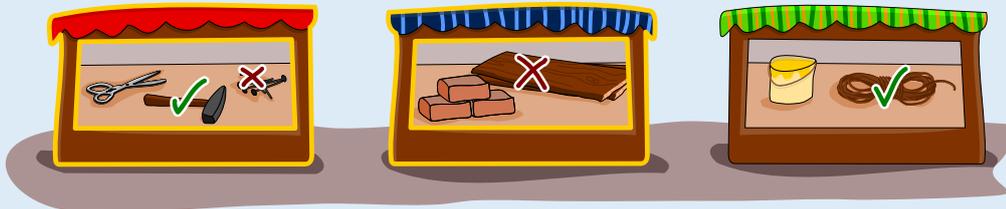
Unten siehst du drei Geschäfte, und was sie verkaufen.



Wo kann Bella die anderen Sachen einkaufen?



So ist es richtig:



Das Geschäft links verkauft zwei von Bellas Brücken-Bau-Sachen: den Hammer und die Nägel. Den Hammer hat Bella schon, aber sie kann hier die Nägel einkaufen.

Im Geschäft in der Mitte kann Bella die Bretter einkaufen.

Das Geschäft rechts verkauft das Seil. Aber das hat Bella schon.



Bücherei

Susi ist mit Tim in der Biber-Bücherei. Sie wollen ein Buch ausleihen:

“Dämme bauen, aber gern!”

Tim geht zu Regal 1, greift in Reihe 3, Fach 6 und holt das Buch heraus. Susi ist beeindruckt.

Tim erklärt Susi, wie man den Ort eines Buches mit einem Rechenausdruck bestimmt:

Man nimmt von jedem Wort im Titel die Anfangsbuchstaben und bestimmt dessen Position im Alphabet. Nach und nach werden die Positionen addiert; aber vor jedem Addieren wird der bisher erreichte Wert mit 3 multipliziert.

Für das gewünschte Buch ergibt der Ausdruck 136. Schon ist klar, wo das Buch steht.

Nun stellt Susi für ihre vier Lieblingsbücher die Orts-Bestimmungs-Ausdrücke auf. In genau einem Fall hat sie aber einen Fehler gemacht.

a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z
14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26

Dämme bauen, aber gern!

$((4 \cdot 3 + 2) \cdot 3 + 1) \cdot 3 + 7$

In welchem?

A)	B)
<p>Gutes gegen Biber-Fieber</p> $((7 \cdot 3 + 7) \cdot 3 + 2) \cdot 3 + 6$	<p>Bäume fallen für Dummys</p> $((2 \cdot 3 + 6) + 6) \cdot 3 + 4$
C)	D)
<p>Der Herr der Dämme</p> $((4 \cdot 3 + 8) \cdot 3 + 4) \cdot 3 + 4$	<p>Bebretti: Der erste Fall</p> $((2 \cdot 3 + 4) \cdot 3 + 5) \cdot 3 + 6$

**Antwort B ist richtig:**

Susi hat fast alles richtig gemacht: Sie hat immer die richtigen Positionswerte addiert, und sie hat die Zwischenergebnisse immer mit 3 multipliziert – mit einer Ausnahme: In Antwort B hat sie Letzteres einmal vergessen.

Bäume fallen für Dummies

$$((2 \cdot 3 + 6) \cdot 3 + 6) \cdot 3 + 4$$



3-4: –

5-6: –

7-8: –

9-10: –

11-13: schwer



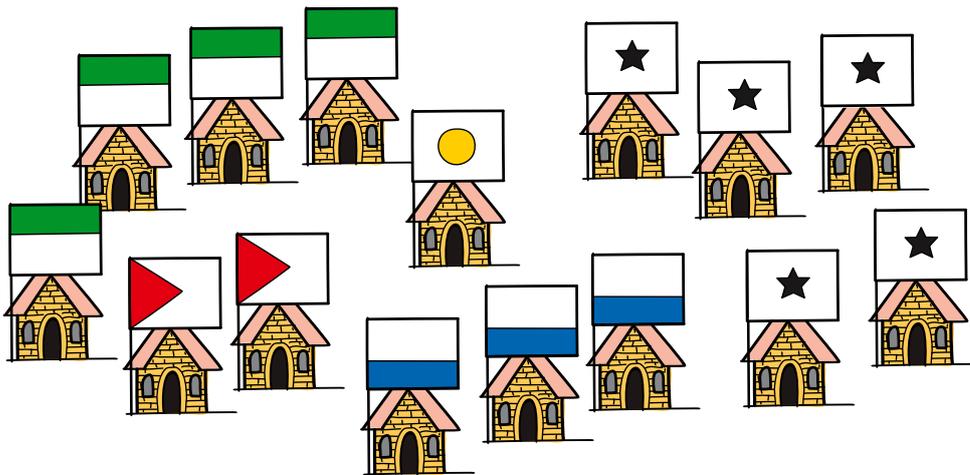
Clans von Beavaria

In Beavaria leben fünf einst verfeindete Clans.
Alle Häuser mit gleicher Flagge gehören zu einem Clan.

Da die Zeiten lange schon friedlich sind, beschließen die Clans,
sich alle nach und nach zu einem Clan zu verbünden.
Die Regeln dafür sind:

- Zu jeder Zeit dürfen sich immer nur zwei Clans verbünden.
- In jedem Haus der beiden sich verbündenden Clans wird nacheinander eine Woche lang gefeiert, um den Pakt zu besiegeln. Das Verbünden dauert also so viele Wochen wie beide Clans zusammen Häuser haben.
- Nach dieser Zeit sind die beiden Clans nur noch ein Clan. Dann kann das Verbünden der Clans fortgesetzt werden.

Die Clans beschließen, sich in der kürzestmöglichen Zeit zu einem Clan zu verbünden.
Das geht nur, wenn man die Reihenfolge des Verbündens sorgfältig plant.



Wie viele Wochen dauert es mindestens, bis alle Clans zu einem verbündet sind?

- A) 15 Wochen
- B) 33 Wochen
- C) 35 Wochen
- D) 50 Wochen
- E) 120 Wochen



Antwort B ist richtig:

Man kann sich überlegen, dass die Häuser der zuerst verbündeten Clans auch an den weiteren Verbündungen beteiligt sind. Die Gesamtdauer wird also dann möglichst kurz, wenn sich in jedem Schritt die beiden Clans mit den aktuell wenigsten Häusern verbünden.

Hier sind die optimalen Verbündungsschritte dargestellt; dabei sind die Clans mit der Anzahl ihrer Häuser bezeichnet.

<p>Zuerst verbünden sich (1) und (2) zu einem Clan (3); dafür brauchen sie drei Wochen.</p>	<p>(3) und (3) verbünden sich in sechs Wochen zu (6).</p>
<p>Nun verbünden sich (4) und (5) in neun Wochen zu (9).</p>	<p>Zuletzt verbünden sich die verbliebenen (6) und (9).dafür brauchen sie 15 Wochen.</p>

Insgesamt sind alle Clans nach $15 + 9 + 6 + 3 = 33$ Wochen zu einem Clan verbündet. Schneller geht es nicht.



Die hier angegebene Reihenfolge ist aber nicht die einzige, die zur schnellsten Verbündung führt. Die Verbündung von (4) und (5) ist unabhängig davon, dass sich (1), (2) und (3) nacheinander verbünden. Diese beiden Teil-Verbündungen können deshalb vertauscht werden, ohne dass es insgesamt länger dauert.



3-4: –

5-6: –

7-8: –

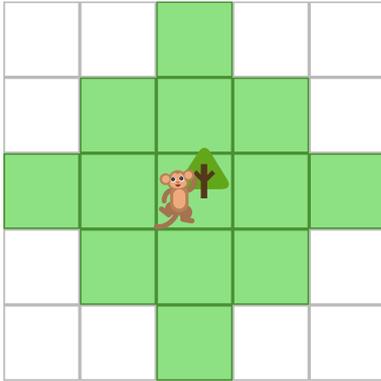
9-10: schwer

11-13: mittel

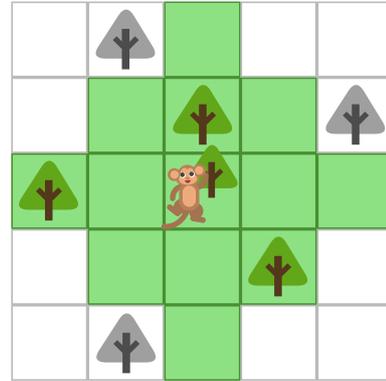


Der Affe Koko

Der Affe Koko kann von einem Baum soweit springen, wie es der grüne Bereich zeigt.



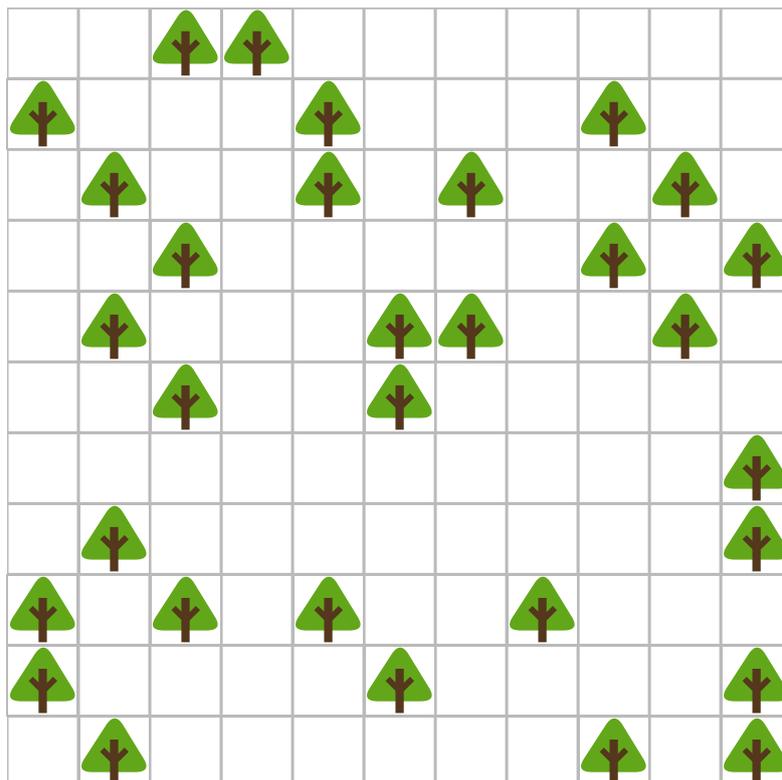
Ein Beispiel: Mit einem Sprung erreicht Koko die farbigen Bäume, die grauen aber nicht.



Es gibt Gruppen von Bäumen, zwischen denen sich Koko mit mehreren Sprüngen beliebig bewegen kann, ohne jemals den Boden zu berühren. Im Beispiel bilden die farbigen Bäume und die beiden grauen Bäume oben eine solche „Sprunggruppe“; der graue Baum unten gehört nicht dazu.

Unten siehst du Kokos Wald.

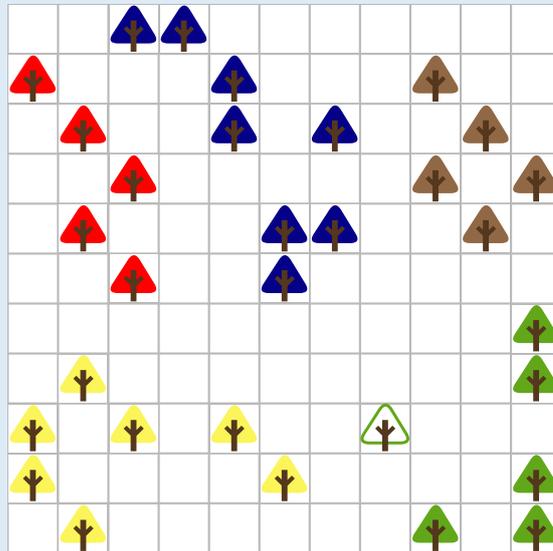
Markiere darin alle Bäume der größten Sprunggruppe!





So ist es richtig:

Im Bild haben zwei Bäume dieselbe Farbe, wenn Koko vom einen zum anderen gelangen kann, ohne den Boden zu berühren. Alle Bäume einer Farbe bilden also eine Sprunggruppe. Die acht blauen Bäume bilden die größte Sprunggruppe.





Dottis

Dottis sind Vögel mit Punkten.

Neben einem Baum stehen fünf Dottis.

Einer nach dem anderen – von links nach rechts –

klettern sie in den Baum und ziehen in die leeren Nester.

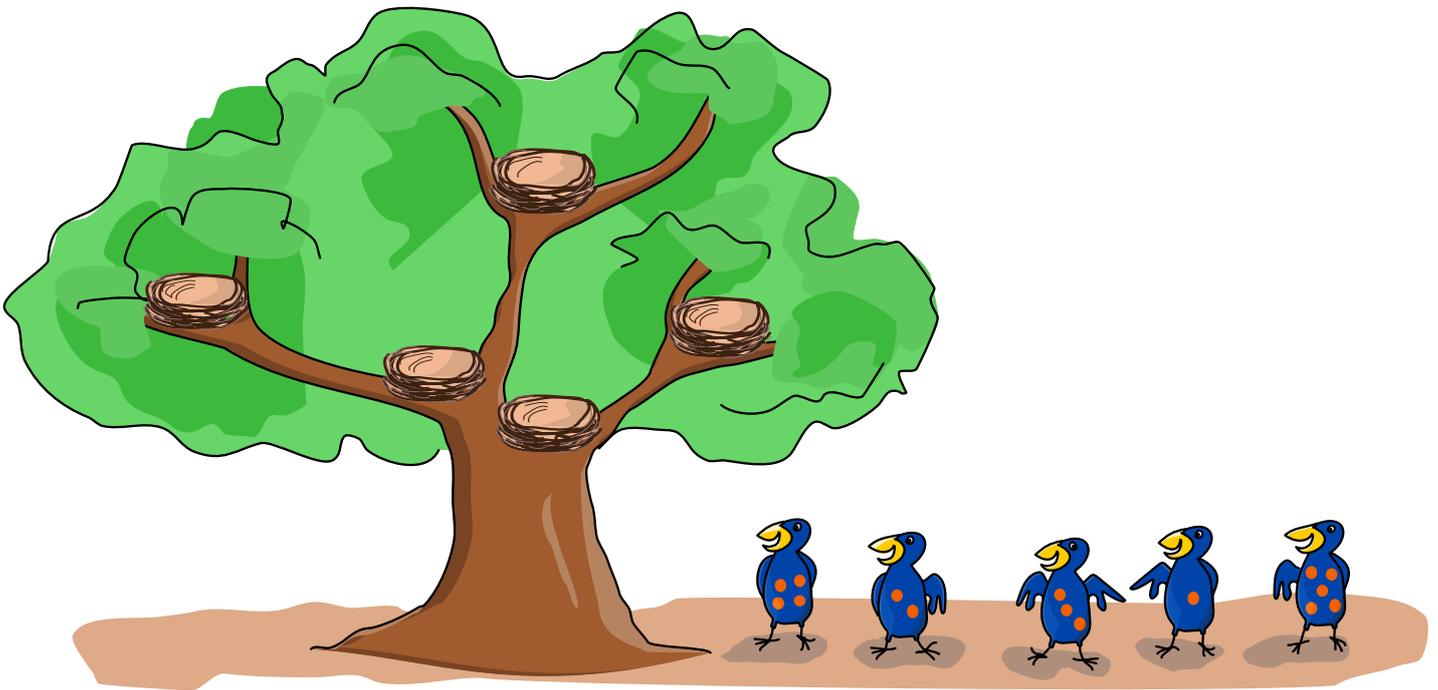
Der mit den vier Punkten ist der erste. Jeder Dotti geht so vor:

Er beginnt unten am Baum.

Er führt solange die folgenden Schritte aus, bis er ein leeres Nest gefunden hat:

1. Er klettert hoch, bis er ein Nest findet.
2. Wenn das Nest leer ist, bleibt er in diesem Nest, fertig.
3. Wenn das Nest schon besetzt ist, klettert er weiter:
 - Wenn der Dotti im Nest mehr Punkte hat, klettert er nach links.
 - Wenn er gleich viele oder weniger Punkte hat, klettert er nach rechts.

In welche Nester klettern die Dottis?





So ist es richtig:

Der erste Dotti, der mit 4 Punkten, bleibt gleich im untersten Nest.



Der zweite Dotti hat 2 Punkte. Im untersten Nest sitzt der erste Dotti mit 4 Punkten. Weil 4 mehr als 2 ist, klettert der zweite Dotti nach links weiter und bleibt im nächsten leeren Nest.



Der dritte Dotti hat 3 Punkte. Weil 4 mehr als 3 ist, klettert der dritte Dotti am untersten Nest nach links. Im nächsten Nest ist der zweite Dotti mit 2 Punkten. Weil 2 weniger als 3 ist, klettert der dritte Dotti weiter nach rechts und bleibt im höchsten Nest.



Der vierte Dotti hat einen Punkt. Am untersten Nest klettert er nach links, und auch am nächsten Nest – denn sowohl 4 als auch 2 sind mehr als 1. Er bleibt schließlich in dem leeren Nest ganz links.



Der letzte Dotti hat fünf Punkte. Er muss beim untersten Nest nach rechts klettern und bleibt dann in dem leeren Nest ganz rechts.





3-4: –

5-6: mittel

7-8: leicht

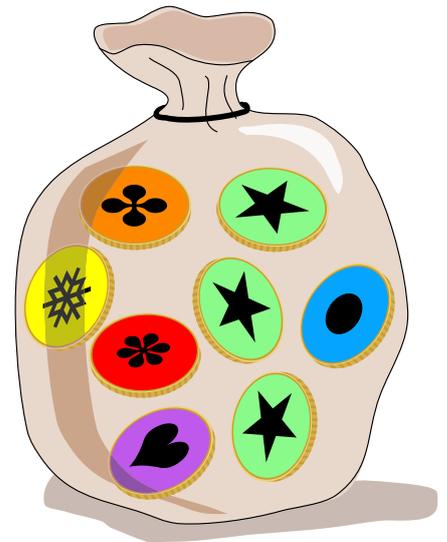
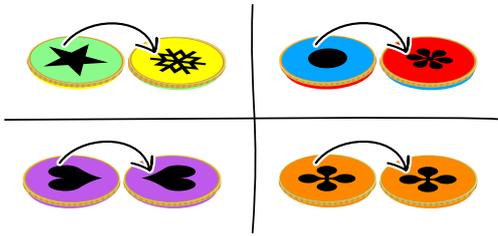
9-10: –

11-13: –



Emils Münzen

In einem Spiel gibt es vier Arten von Münzen.
Hier siehst du die vier Arten, mit beiden Seiten.



Emil hat einige Münzen in eine Tüte getan:
Nun schüttelt Emil seine Tüte. Manche Münzen drehen sich.
Emil erkennt seine Tüte trotzdem wieder.

Welche ist Emils Tüte?

A)	B)	C)	D)



Antwort C ist richtig:

Wir zählen, wie viele Münzen von jeder Art in Emils Tüte sind: vier Stück   ,

zwei Stück   , ein Stück   und ein Stück   .

Auch für die Tüten A bis D zählen wir die Münzarten. Dabei kommt diese Tabelle heraus:

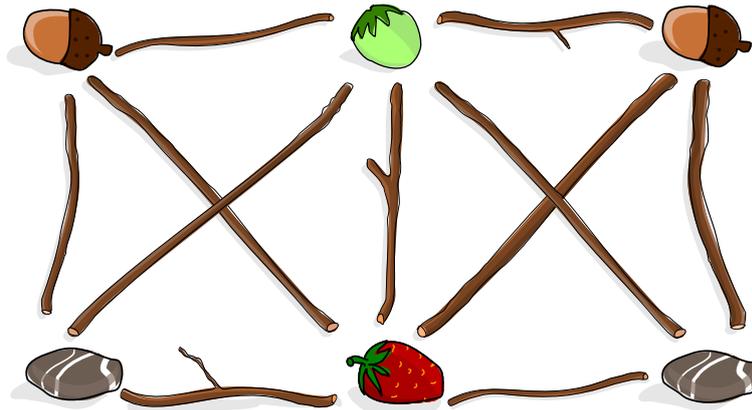
	 	 	 	 
Emils Tüte	4	2	1	1
Tüte A	3	3	1	1
Tüte B	4	1	2	1
Tüte C	4	2	1	1
Tüte D	2	4	1	1

Nur Tüte C hat für jede Münzart die gleiche Anzahl wie Emils Tüte. Das ist also Emils Tüte.



Erdbeerklau

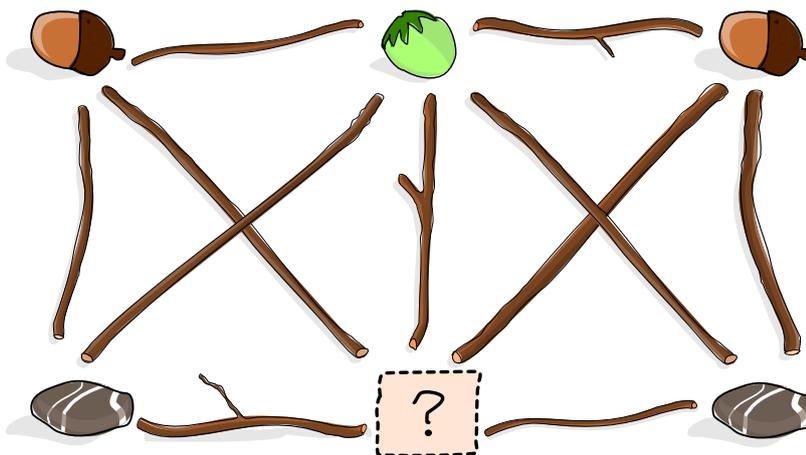
Anja will im Garten ein Kunstwerk herstellen und hat dafür Sachen gesammelt: Eicheln, Haselnüsse, Steine und eine Erdbeere. Sie legt einige Sachen auf den Rasen. Danach legt Anja Äste zwischen die Sachen. Dafür hat sie diese Regel: Ein Ast darf nicht zwischen zwei gleichen Sachen liegen – zum Beispiel nicht zwischen zwei Eicheln. Das ist das fertige Kunstwerk:



Als Anja weg ist, kommt ihr Bruder und isst die Erdbeere.

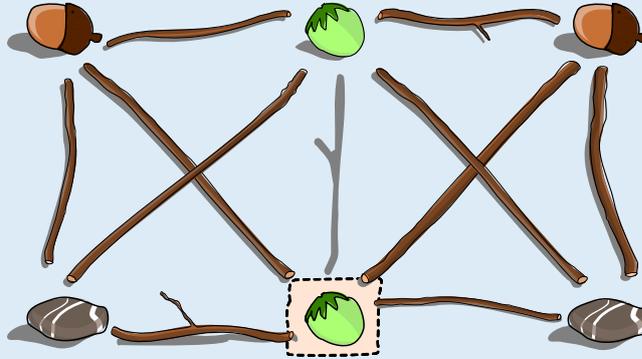
Kannst du ihm helfen, die Tat zu verschleiern?

Lege eine andere Sache an die Stelle der Erdbeere und entferne genau einen Ast. Am Ende soll Anjas Regel auch für das veränderte Kunstwerk gelten.



**So ist es richtig:**

Wenn man die Erdbeere durch eine Haselnuss ersetzt, verletzt einzig der Ast in der Mitte Anjas Regel: Er liegt zwischen zwei gleichen Sachen, nämlich zwei Haselnüssen. Deshalb muss dieser Ast entfernt werden.



Bei den beiden anderen möglichen Ersetzungen muss man mehr als einen Ast entfernen:

- Wird die Erdbeere durch eine Eichel ersetzt, muss man die Äste zwischen der neuen Eichel und den beiden Eicheln links und rechts oben entfernen.
- Wird die Erdbeere durch einen Stein ersetzt, muss man die Äste zwischen dem neuen Stein und den beiden Steinen links und rechts unten entfernen.



3-4: –

5-6: –

7-8: –

9-10: schwer

11-13: mittel



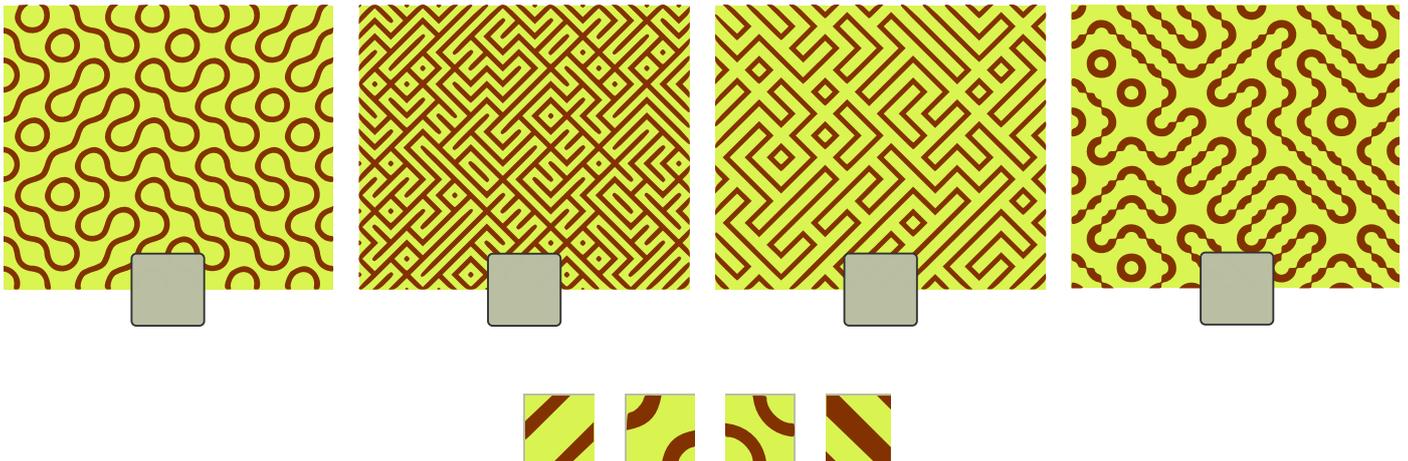
Fliesenmuster

Unten siehst du vier Böden.

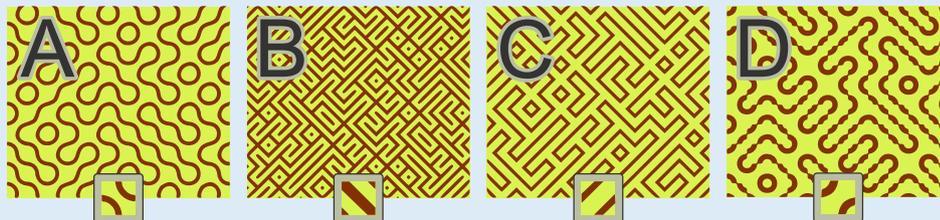
Jeder Boden wurde mit Fliesen gelegt, die alle das gleiche Muster haben.

Unter den Böden sind die vier Fliesenmuster vergrößert abgebildet.

Welcher Boden wurde mit welchem Muster gelegt?



So ist es richtig:



Das Muster  ist eine Ausnahme unter den vier Fliesenmustern in dieser Biberaufgabe: Seine vier Seiten sind nicht symmetrisch (zur Mittelachse der Seite) und nicht alle gleich. Wenn daraus ein Boden gelegt wird, schließen die Linien der einzelnen Muster deshalb nicht genau aneinander an. Das ist nur bei Boden D der Fall, dem dieses Muster zuzuordnen ist.

Das Muster  hat dickere Striche als Muster  und kann deshalb dem Boden B zugeordnet werden. Für die runden Formen von Muster  verbleibt nur Boden A, und aus den geraden Formen von Muster  kann auf Boden C geschlossen werden.

Wie sich die Böden aus den einzelnen Mustern ergeben, wird in diesem Bild angedeutet:



Biber International



Der belgische Biber



Der indonesische Biber



Der lettische Biber



Der serbische Biber



Der koreanische Biber



Der zypriotische Biber



Der estnische Biber



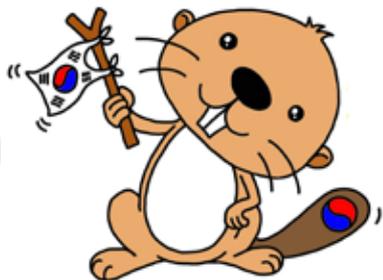
Der italienische Biber



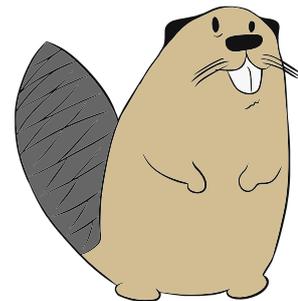
Der pakistanische Biber



Die schwedischen Biber



Der koreanische Biber



Der ungarische Biber



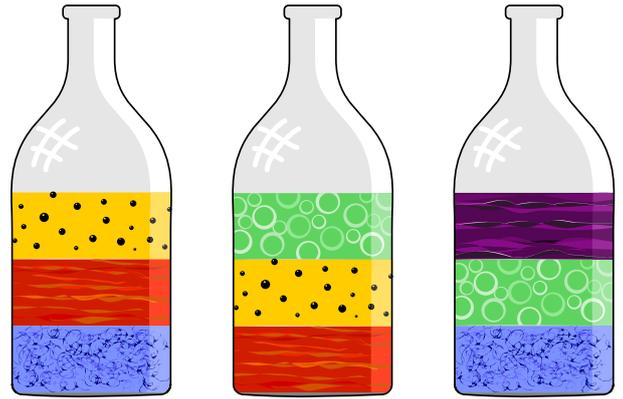
Flüssige Schichten

Maria experimentiert mit fünf farbigen Flüssigkeiten.

Die Flüssigkeiten haben alle eine andere Dichte und ordnen sich in Schichten an.

In drei Flaschen gibt Maria nun jeweils drei Flüssigkeiten – immer gleich viel.

Am Ende sind die Flüssigkeiten so angeordnet:



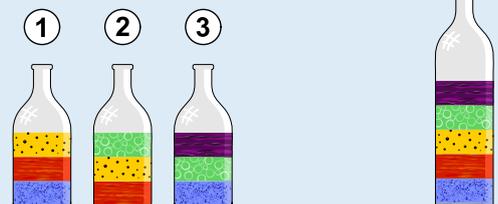
Nun gibt Maria alle fünf Flüssigkeiten in eine Flasche.

Ziehe alle Flüssigkeiten so in die Flasche, wie sie am Ende angeordnet sind!



So ist es richtig:

Rechts im Bild sieht man, wie die fünf Flüssigkeiten am Ende in der großen Flasche angeordnet sind.



Zunächst kann man sich überlegen: Die Flüssigkeit, die ganz unten in die große Flasche gehört, darf in keiner der drei kleinen Flaschen über einer anderen Flüssigkeit sein.

Nun kann man die Anordnung so herstellen: Schritt für Schritt bestimmt man die Flüssigkeit, die in keiner der drei kleinen Flaschen über einer anderen ist, gibt sie an die unterste freie Stelle in der großen Flasche und entfernt sie dann in Gedanken aus den drei kleinen Flaschen. Im ersten Schritt ist die blaue Flüssigkeit an der Reihe: Sie ist in Flasche 1 und 3 ganz unten und ist in keiner auf einer anderen Flüssigkeitsschicht. Sie kommt ganz unten in die große Flasche und wird danach nicht mehr beachtet. Damit ist im zweiten Schritt die rote Flüssigkeit die einzige, die nicht über einer anderen Flüssigkeit ist, kommt also als nächstes in die große Flasche, direkt über die blaue Flüssigkeit. In den verbleibenden Schritten kommen auf die gleiche Weise nacheinander die gelbe, die grüne und zum Schluss die violette Flüssigkeit in die große Flasche.



Früchte stapeln

Vater, Mutter, Dorie und Ron Biber packen abends ihre vier Frühstücksboxen.
In jede Box kommt eine andere Frucht, und dann werden die Boxen gestapelt.

Morgens sind die Bibers noch sehr müde:

Wer den Bau verlässt, nimmt einfach die oberste Box vom Stapel, ohne hinzusehen.

Die Biber wissen nicht genau, in welcher Reihenfolge sie morgens den Bau verlassen.

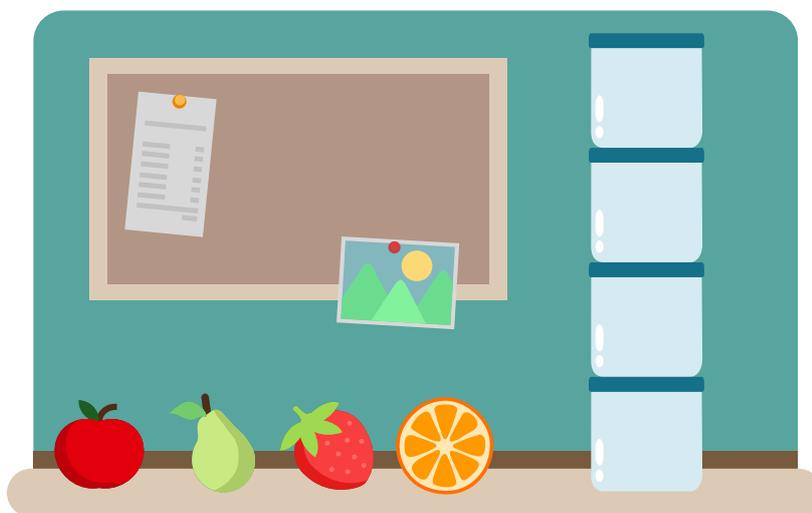
Aber Mutter geht immer vor Dorie, und Vater geht immer als Letzter.

Die Biber wünschen sich: Die Früchte sollen so in den Boxenstapel,
dass in jedem Fall jeder eine Frucht bekommt, die er mag.

Die Tabelle zeigt, welche Früchte jeder Biber mag.

Ziehe die Früchte wie gewünscht in den Boxenstapel.

				
Vater	✗	✗	✓	✗
Mutter	✓	✗	✓	✓
Dorie	✓	✓	✓	✗
Ron	✓	✓	✗	✓



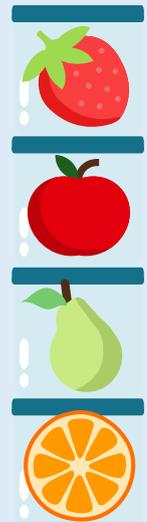
**So ist es richtig:**

Es gibt nur eine Möglichkeit, die Früchte wie gewünscht zu verteilen.

Vater mag nur Orangen und geht als Letzter. Also kommt die Orange in die unterste Box.

Ron geht als erster, zweiter oder dritter. Mutter geht außerdem vor Dorie. Die Gesamtreihenfolge ist klar, wenn man weiß, wann Ron den Bau verlässt. Insgesamt sind diese Reihenfolgen möglich:

1.	Mutter	Mutter	Ron
2.	Dorie	Ron	Mutter
3.	Ron	Dorie	Dorie
4.	Vater	Vater	Vater



Als zweite können also Mutter, Dorie oder Ron gehen. In die entsprechende Box muss daher eine Frucht, die alle drei mögen; das gilt nur für den Apfel.

Für die oberste Box bleiben Birne und Erdbeere. Da Mutter Birnen nicht mag, kommt also die Erdbeere in die oberste Box. Für die dritte Box gibt es nur noch die Birne. Wie gut, dass Dorie und Ron beide Birne mögen!



3-4: –

5-6: schwer

7-8: –

9-10: leicht

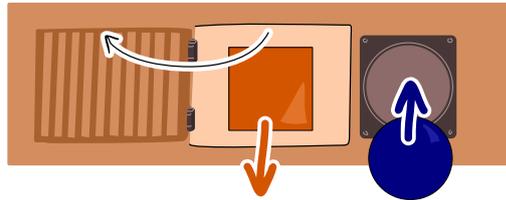
11-13: –



Geburtstagsrätsel

Bastian bekommt zum Geburtstag eine Kiste mit 15 Türen. Hinter der mittleren Tür ist ein weiteres Geschenk. Hinter den anderen Türen sind Bausteine.

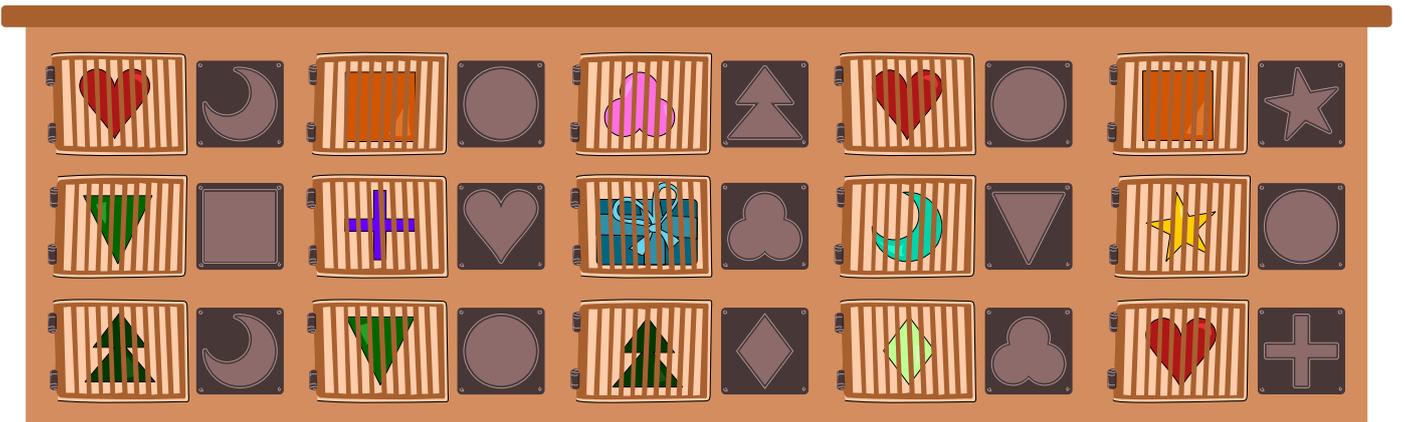
Zu jeder Tür gehört ein Loch, rechts neben der Tür. Bastian kann eine Tür öffnen, indem er in das Loch einen Baustein gleicher Form einwirft – wie einen Schlüssel.



Zu Beginn hat Bastian diesen runden Baustein: 

Er will höchstens fünf Türen öffnen, um das Geschenk zu erreichen.

Welche Tür muss Bastian dafür zuerst öffnen?





3-4: –

5-6: schwer

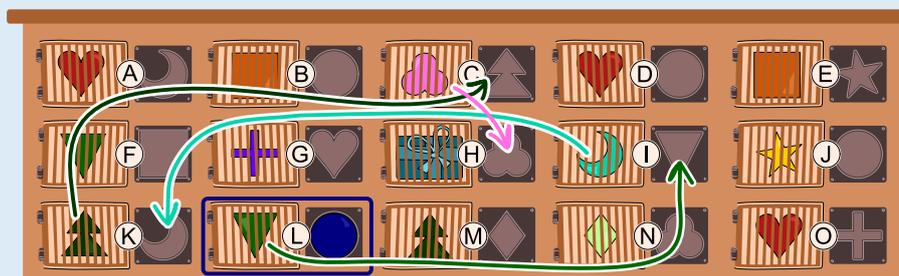
7-8: –

9-10: leicht

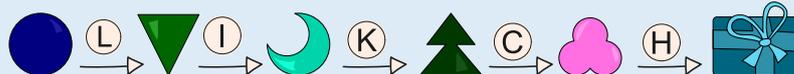
11-13: –

**So ist es richtig:**

Bastian muss zuerst die blau markierte Tür öffnen. Die Pfeile zeigen, wie Bastian das Geschenk erreicht, indem er genau fünf Türen öffnet. Im Bild sind die Türen mit Buchstaben markiert.



Kann er das Geschenk auch über weniger als fünf Türen erreichen? Der kürzeste Weg zum Geschenk lässt sich mit einer „Rückwärtssuche“ finden. Man beginnt bei der Tür mit dem Geschenk; um die zu öffnen, benötigt man den Baustein hinter Tür C. Um diese zu öffnen, benötigt man den Baustein , der hinter den Türen K und M zu finden ist. Um Tür M zu öffnen, würde man den Baustein hinter Tür N benötigen, den man nur mit dem Baustein hinter Tür C erreichen kann – doch der ist bereits verbraucht. Also muss man Tür K mit dem Baustein hinter Tür I öffnen. Tür I kann man mit dem Baustein  öffnen, der hinter den Türen F und L zu finden ist. Wir wählen Tür L, weil man die mit dem runden Baustein öffnen kann, den Bastian bereits hat. Damit haben wir den oben gezeigten Weg gefunden, den man auch so darstellen kann:



Da wir bei der Rückwärtssuche keinen Umweg gemacht haben, gibt es keinen kürzeren Weg. Außerdem ist dies der einzige Weg mit höchstens fünf Türen.



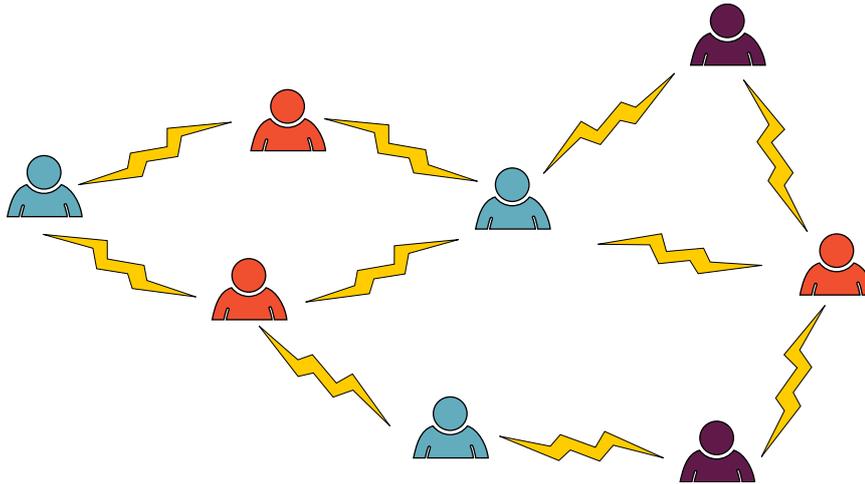
Gruppenarbeit

Für ein Projekt sollst du acht Personen in Gruppen aufteilen.

Ein Blitz zwischen zwei Personen zeigt: Diese beiden wollen nicht zusammenarbeiten.

Zwischen zwei Personen derselben Gruppe darf also kein Blitz sein.

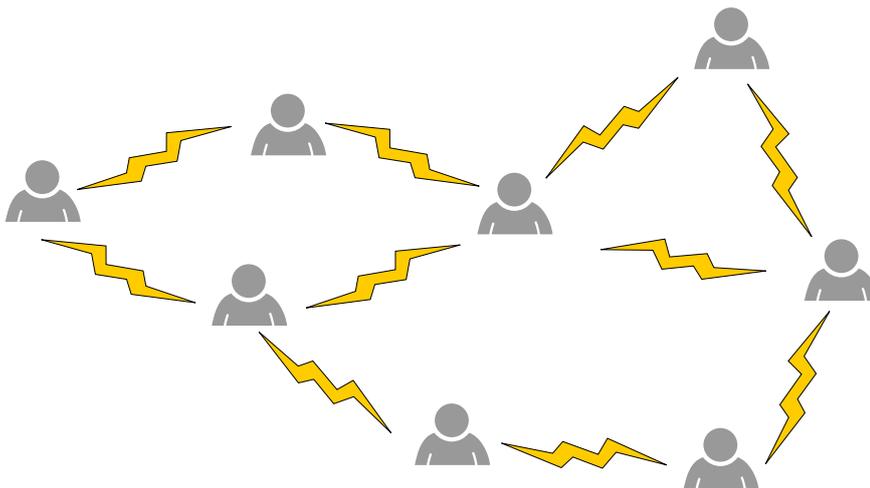
Damit ist eine Aufteilung in drei Gruppen möglich: rot, blau und violett.



Nun willst du die Personen in zwei Gruppen aufteilen.

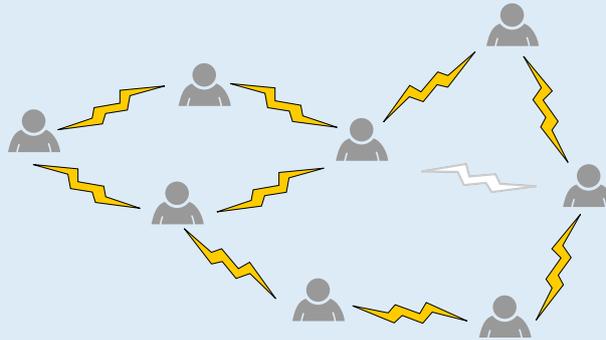
Das ist möglich, wenn du die richtigen beiden Personen zur Zusammenarbeit überzeugst – also den richtigen Blitz entfernst.

Entferne den richtigen Blitz!





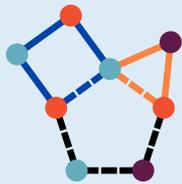
So ist es richtig:



Die Ausgangssituation, einschließlich der Einteilung in drei Gruppen, stellen wir nun noch abstrakter dar: Die Personen werden durch Kreise, die Blitze durch Linien und die Einteilung in Gruppen durch die Färbung der Kreise dargestellt.

Wenn der Blitz entfernt wird, der durch die orange gefärbte Linie dargestellt wird, lassen sich die Personen so in zwei Gruppen einteilen, dass es keine Linie zwischen zwei Personen derselben Gruppe gibt:

Ist das der einzige Blitz, dessen Entfernung eine Einteilung in zwei Gruppen ermöglicht? Um diese Frage zu beantworten, sehen wir uns die Ausgangssituation genauer an.



Deren Darstellung enthält drei Teile: ein „Viereck“ (blaue Linien), ein „Dreieck“ (orange Linien) und ein „Fünfeck“ (gestrichelte Linien). Für jedes dieser Teile denken wir über die Einfärbung der Kreise nach:

Die Kreise im Viereck können mit zwei Farben eingefärbt werden, wie im Bild zu sehen. Im Dreieck führen von jedem Kreis aus Linien zu zwei anderen Kreisen; deshalb werden für das Dreieck drei Farben benötigt.

Auch für das Fünfeck benötigen wir drei Farben: Wenn wir das Fünfeck im Kreis durchlaufen und dabei nacheinander die Kreise einfärben, könnten wir zunächst zwischen zwei Farben abwechseln. Der letzte Kreis bekäme dann aber dieselbe Farbe wie der erste. Weil das nicht erlaubt ist, benötigen wir für ihn eine dritte Farbe. Die Anzahl der Kreise im Fünfeck ist eben ungerade, wie schon beim Dreieck.

Um mit zwei Farben auszukommen (und die Personen entsprechend in zwei Gruppen einteilen zu können), müssen wir eine Linie so entfernen, dass Fünfeck und Dreieck „verschwinden“. Das geht nur, wenn wir die einzige gemeinsame Linie von Dreieck und Fünfeck entfernen – siehe oben.



Kugeln ordnen

In einem Spiel gibt es Kugeln in zwei Farben; die Kugeln sind in Gläsern.

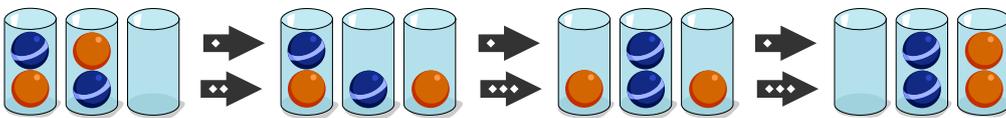
Nun sollst du die Kugeln nach Farbe ordnen:

Am Ende sollen alle Kugeln in zwei Gläsern sein, und in einem Glas sollen alle Kugeln die gleiche Farbe haben.

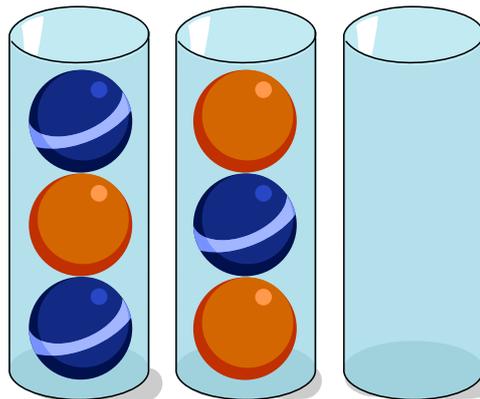
Das Spiel hat drei Regeln:

- Du darfst nur die oberste Kugel eines Glases nehmen.
- Du darfst eine Kugel in ein leeres Glas legen.
- Du darfst eine Kugel in ein Glas legen, wenn dort noch Platz frei ist und die oberste Kugel die gleiche Farbe hat.

Hier ist ein Beispiel, wie du Kugeln nach diesen Regeln ordnen kannst:

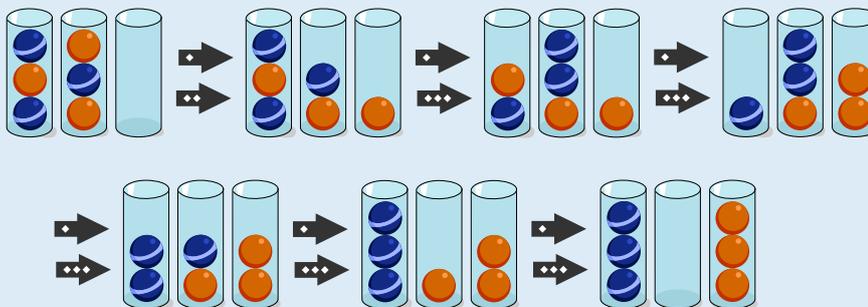


Ordne diese Kugeln!



So ist es richtig:

Die Kugeln können zum Beispiel so geordnet werden:



Um diese Kugeln zu ordnen, benötigt man übrigens mindestens 6 Schritte. Es gibt auch noch andere Möglichkeiten, die Kugeln in nur 6 Schritten neu zu ordnen, und noch viele weitere Möglichkeiten, die mehr Schritte benötigen.



Auch Biberhefte kannst du ordnen.
Es gibt sie schon seit dem Jahr 2007.
Alle Biberhefte kannst du hier finden:
bwinf.de/biber/downloads





Lieblingsgeschenk a

Die Biberfamilie hat drei Geschenke für ihre drei Kinder. Jedes Kind nennt zuerst sein Lieblingsgeschenk und dann das zweitliebste. Die Geschenke sollen richtig zugeteilt werden:

1. Möglichst viele Kinder sollen ihr Lieblingsgeschenk bekommen.
2. Die übrigen sollen das zweitliebste bekommen.

Ziehe die richtigen Geschenke zu den Kindern.

	<input type="checkbox"/>		1: , 2:
	<input type="checkbox"/>		1: , 2:
	<input type="checkbox"/>		1: , 2:

So ist es richtig:

Hier ist die einzige Zuteilung der Geschenke, die beide Bedingungen erfüllt.

	→	<input type="checkbox"/>		1: , 2:
	↘	<input type="checkbox"/>		1: , 2:
	↗	<input type="checkbox"/>		1: , 2:

Das dritte Geschenk wünscht sich nur der zweite Biber, deshalb muss er es bekommen. Ansonsten würde ein anderer etwas bekommen, das weder das Lieblingsgeschenk noch das zweitliebste ist. Für die anderen beiden Biber ist die Zuteilung dann klar: Jeder kann sein Lieblingsgeschenk bekommen.



3-4: –

5-6: –

7-8: mittel

9-10: leicht

11-13: –



Lieblingsgeschenk b

Die Biberfamilie hat fünf Geschenke für ihre fünf Kinder. Jedes Kind nennt zuerst sein Lieblingsgeschenk und dann das zweitliebste. Die Geschenke sollen richtig zugeteilt werden:

1. Möglichst viele Kinder sollen ihr Lieblingsgeschenk bekommen.
2. Die übrigen sollen das zweitliebste bekommen.

Ziehe die richtigen Geschenke zu den Kindern.



1: , 2:



1: , 2:



1: , 2:



1: , 2:



1: , 2:

So ist es richtig:

Hier ist die einzige Zuteilung der Geschenke, die beide Bedingungen erfüllt.

Auf diese Weise bekommen vier Biber ihr Lieblingsgeschenk, und ein Biber bekommt das zweitliebste. Damit bekommen möglichst viele Biber ihr Lieblingsgeschenk. Weil zwei Biber dasselbe Lieblingsgeschenk haben, ist es nämlich nicht möglich, dass alle fünf Biber ihr Lieblingsgeschenk bekommen,

Beachte: Wenn du die Zuteilung von oben nach unten vornimmst und das zweite Geschenk dem zweiten Biber zuteilst, dann bekommt der vierte Biber keines seiner bevorzugten Geschenke. In dieser Aufgabe genügt es also nicht, für jeden einzelnen Biber die jeweils beste aktuelle Auswahl zu treffen.

Eine allgemeine Lösungsstrategie ist, dass du zuerst alle Geschenke zuordnest, die Lieblingsgeschenk nur eines Bibers sind. Danach bleiben zwei Biber mit demselben Lieblingsgeschenk übrig. Bei diesen beiden schaust du, welchem das zweitliebste Geschenk zugeteilt werden kann. Dem anderem teilst du sein Lieblingsgeschenk zu.



1: , 2:



1: , 2:



1: , 2:



1: , 2:



1: , 2:



Möglichst bald!

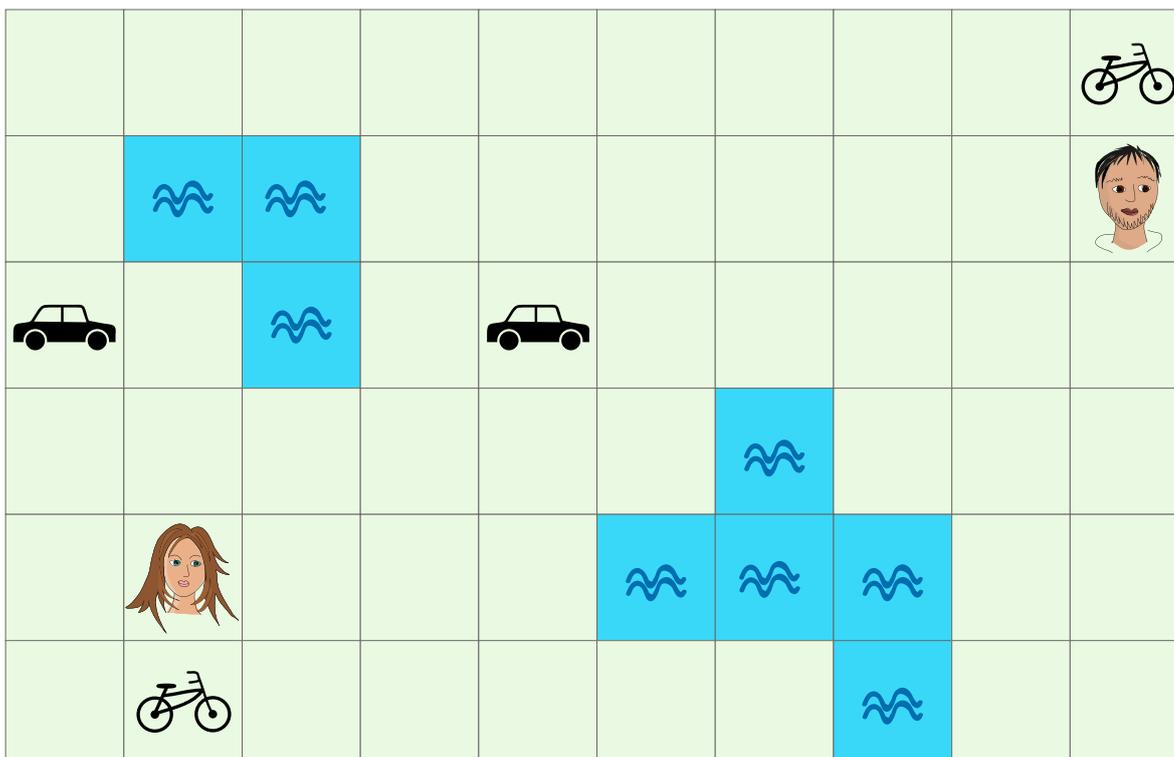
Zwei Freunde wollen sich möglichst bald treffen.

In einem Schritt bewegen sie sich von einem Feld zum nächsten: nach links, rechts, oben oder unten. Nach jedem Schritt können sie die Richtung wechseln.

Zuerst gehen die Freunde zu Fuß. Aber wenn sie auf ein Feld mit einem Fahrzeug kommen, können sie es benutzen. Wasserflächen können sie nicht überqueren.

In einer Minute schaffen sie:

zu Fuß	mit dem Fahrrad	mit dem Auto
1 Schritt	2 Schritte	5 Schritte

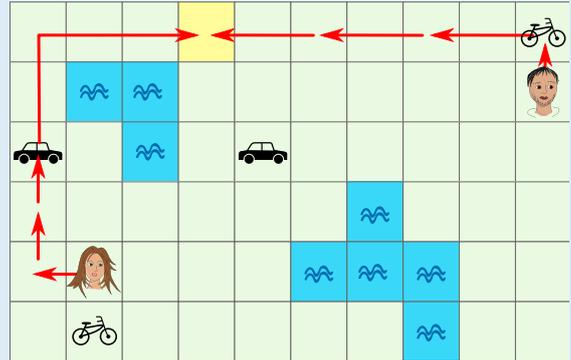


Wie viele Minuten benötigen die beiden Freunde mindestens, um sich auf einem Feld zu treffen?

- A) 1 Minute B) 2 Minuten C) 3 Minuten D) 4 Minuten E) 5 Minuten F) 6 Minuten

**Antwort D ist richtig:**

Das Bild zeigt eine Möglichkeit, wie die beiden Freunde in 4 Minuten auf dasselbe Feld der Karte gelangen. Das Mädchen könnte auch das Fahrrad nehmen, um zum Auto zu kommen, und würde so ebenfalls in 4 Minuten auf demselben Feld sein.



Aber können sich die beiden auch in weniger als 4 Minuten treffen?

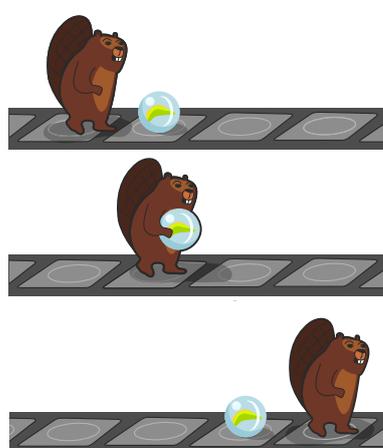
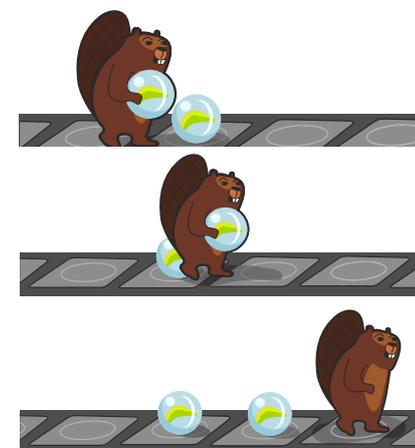
Auf dem kürzesten Weg sind die Freunde 11 Schritte voneinander entfernt. Selbst wenn beide die gesamte Strecke mit dem Auto fahren könnten, bräuchten sie dazu mehr als 2 Minuten. Es bleibt also nur die Frage, ob sie sich innerhalb von 3 Minuten treffen können.

In 3 Minuten können sie zu Fuß insgesamt nur 6 Schritte machen. Mit dem Fahrrad könnten sie 12 Schritte machen; aber die beiden Fahrräder sind 13 Schritte voneinander entfernt. Das Mädchen kann in 3 Minuten ein Auto erreichen, es aber dann nicht mehr benutzen. Der Junge kann in 3 Minuten kein Auto erreichen. Insgesamt genügen 3 Minuten also nicht, um sich zu treffen.

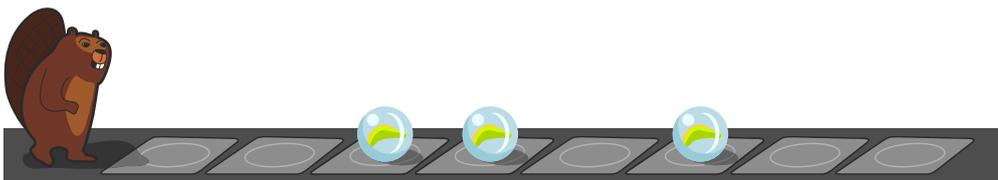


Murmelband

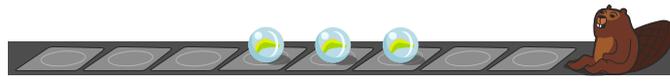
Der Biber spielt gerne mit dem Murmelband.
 Das Band hat Felder, und darauf können Murmeln liegen,
 und zwar höchstens eine Murmel pro Feld.
 Der Biber überquert das Band von links nach rechts.
 Dabei trägt er manche Murmeln auf andere Felder.
 Er kann aber immer nur eine Murmel tragen.
 Wenn der Biber auf ein Feld mit einer Murmel kommt, ...

<p>... und keine Murmel trägt, dann hebt er die Murmel auf, trägt sie zum nächsten freien Feld und legt sie dort ab.</p> 	<p>... und schon eine Murmel trägt, dann trägt er sie weiter zum nächsten freien Feld und legt sie dort ab.</p> 
---	---

Heute liegen drei Murmeln so auf dem Murmelband:



Wie liegen die Murmeln, nachdem der Biber das Murmelband überquert hat?

- A) 
- B) 
- C) 
- D) 
- E) 



3-4: –

5-6: –

7-8: –

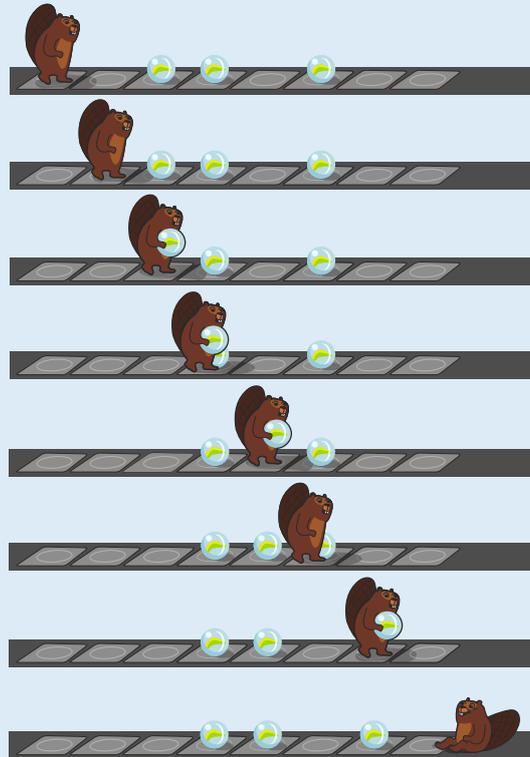
9-10: schwer

11-13: mittel



Antwort C ist richtig:

So überquert der Biber heute das Murrelband:

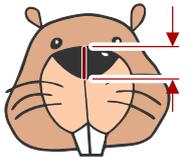
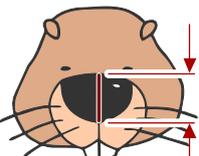
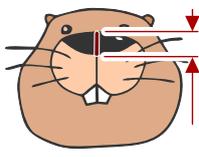




Nasenlänge

Ein neuer Eintrittskartenautomat soll so funktionieren: Ein Kunde nickt so oft mit dem Kopf – senkt also den Kopf und schaut dann wieder geradeaus – wie viele Karten er kaufen möchte. Danach hebt der Kunde den Kopf, und dann gibt der Automat die Karten aus.

Der Automat hat dazu eine Kamera eingebaut. Sie kann die Nasen der Kunden erkennen und misst ständig die Nasenlänge. Das Steuerungsprogramm des Automaten speichert das aktuelle Messergebnis unter dem Namen **Nasenlänge** und unterscheidet die Kopfhaltungen der Kunden mit Hilfe dieser Tabelle:

Kamera-Messung	Wert Nasenlänge	Kopfhaltung
	1	Der Kunde schaut geradeaus.
	1,3	Der Kunde hat den Kopf gesenkt.
	0,7	Der Kunde hat den Kopf gehoben.

Das Steuerungsprogramm ist fast fertig – siehe unten.

Vervollständige das Steuerungsprogramm!

setze **Zähler** auf 0

wiederhole bis

warte bis

warte bis

erhöhe **Zähler** um 1

gib **Zähler** Karten aus

Nasenlänge > 0

Nasenlänge > 0,8

Nasenlänge > 1,2

Nasenlänge < 0,8

Nasenlänge < 1,1



So ist es richtig:

Die einzige richtige Antwort ist:

setze **Zähler** auf 0

wiederhole bis

Nasenlänge < 0,8

warte bis

Nasenlänge > 1,2

warte bis

Nasenlänge < 1,1

erhöhe **Zähler** um 1



gib **Zähler** Karten aus

Die Struktur des Programms ist vorgegeben: Es gibt eine zentrale Wiederholungsanweisung; oft auch „Schleife“ genannt. Die letzte der in dieser Schleife wiederholten Anweisungen erhöht den Zähler der auszugebenden Karten. Folglich muss mit den zwei „warte bis“-Anweisungen ein Nicken des Kunden wahrgenommen werden: also dass der Kunde zuerst den Kopf gesenkt hat und dann wieder geradeaus schaut. Der unter Nasenlänge gespeicherte Wert muss also zuerst bei etwa 1,3 und dann wieder bei 1 liegen. Das entspricht den Bedingungen $\text{Nasenlänge} > 1,2$ gefolgt von $\text{Nasenlänge} < 1,1$.

Anweisungen in der Schleife werden wiederholt, bis der Kunde den Kopf hebt: also ein Wert gemessen wird, der deutlich kleiner als 1 ist. Die einzige dazu passende Bedingung ist $\text{Nasenlänge} < 0,8$.

Vielleicht ist dir aufgefallen, dass das Programm nicht exakt die Werte aus der Tabelle verwendet. In der Praxis kann nämlich nicht kontinuierlich gemessen werden, sondern nur mit einer bestimmten Frequenz (beispielsweise 25 mal pro Sekunde). Da kann es vorkommen, dass z.B. der exakte Wert für das Geradeaussehen von 1,0 gar nicht gemessen wird, weil zuvor beispielsweise 0,95 und danach 1,03 gemessen wird.

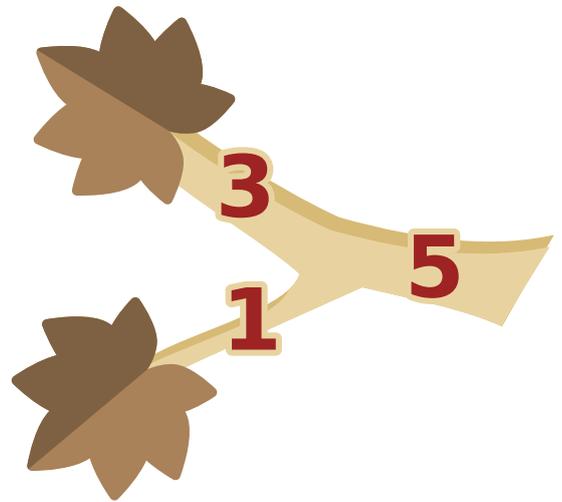


Rette den Baum!

Ein Baum in Brunos Garten ist krank, alle Blätter sind vertrocknet. Bruno will den Baum retten. Dazu muss er einige Äste absägen, so dass am Ende alle Blätter entfernt sind. Dann können neue Äste mit neuen Blättern wachsen.

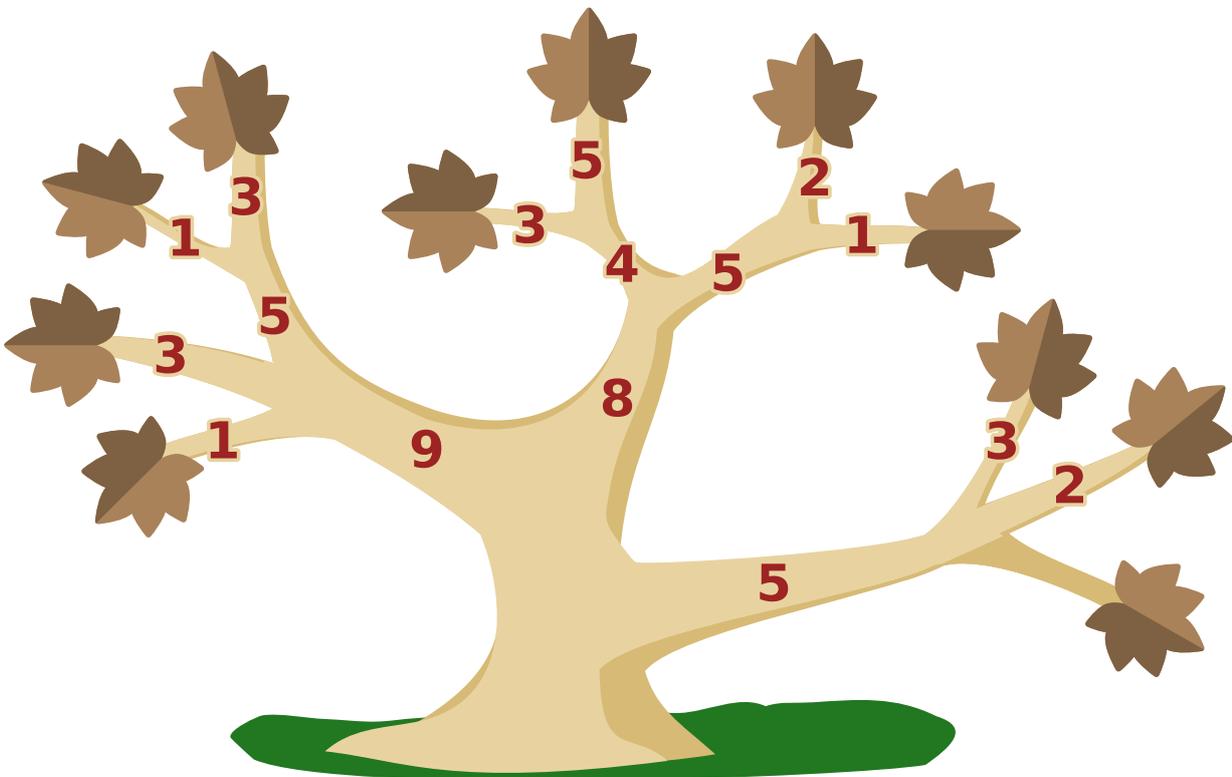
Bruno möchte so schnell wie möglich fertig sein.

Das Bild zeigt ein Beispiel: Um die beiden Blätter zu entfernen, kann Bruno entweder die beiden Äste mit den Blättern absägen oder nur den einen Ast, von dem die beiden anderen abzweigen. Die Zahlen geben für jeden Ast an, wie lange das Absägen dauert. Bruno wird also die beiden Äste mit den Blättern absägen, da $3 + 1 < 5$.



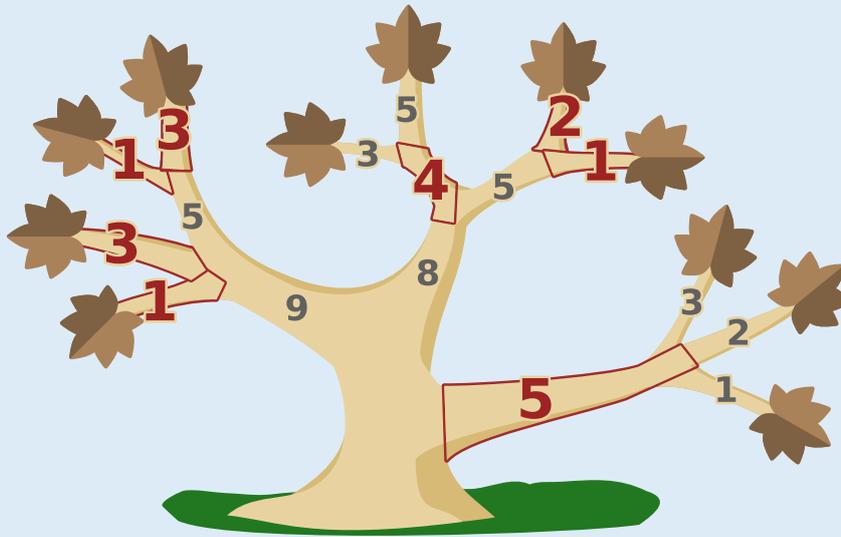
Unten siehst du den gesamten Baum.

Welche Äste wird Bruno absägen, um so schnell wie möglich fertig zu sein?



So ist es richtig:

Bruno sägt die rot markierten Äste ab, um so schnell wie möglich fertig zu sein:



Aber warum ist das so? Zunächst können wir ausrechnen, wie viel Zeit Bruno benötigt, wenn er nur die Äste mit Blättern absägt – damit wäre er ja fertig:

$$1 + 3 + 1 + 3 + 3 + 5 + 2 + 1 + 3 + 2 + 1 = 25$$

Nun gehen wir in Richtung Stamm weiter und überlegen immer wieder neu, ob es schneller sein könnte, den Ast abzusägen, von dem die bisherigen Äste direkt oder indirekt abzweigen.

Nach dem ersten solchen Schritt ergibt sich diese Rechnung (die Funktion „min“ berechnet das Minimum ihrer Argumente):

$$1 + 3 + \min(5, 1 + 3) + \min(4, 3 + 5) + \min(5, 2 + 1) + \min(5, 3 + 2 + 1) = \\ 1 + 3 + 1 + 3 + 4 + 2 + 1 + 5 = 20$$

Dabei addieren wir die Zeiten der einzelnen Äste nicht zusammen, damit wir noch wissen, welche Äste abzusägen sind. Nach dem nächsten Schritt sind wir schon am Stamm angekommen:

$$\min(9, 1 + 3 + 1 + 3) + \min(8, 4 + 2 + 1) + 5 = \\ 1 + 3 + 1 + 3 + 4 + 2 + 1 + 5 = 20$$

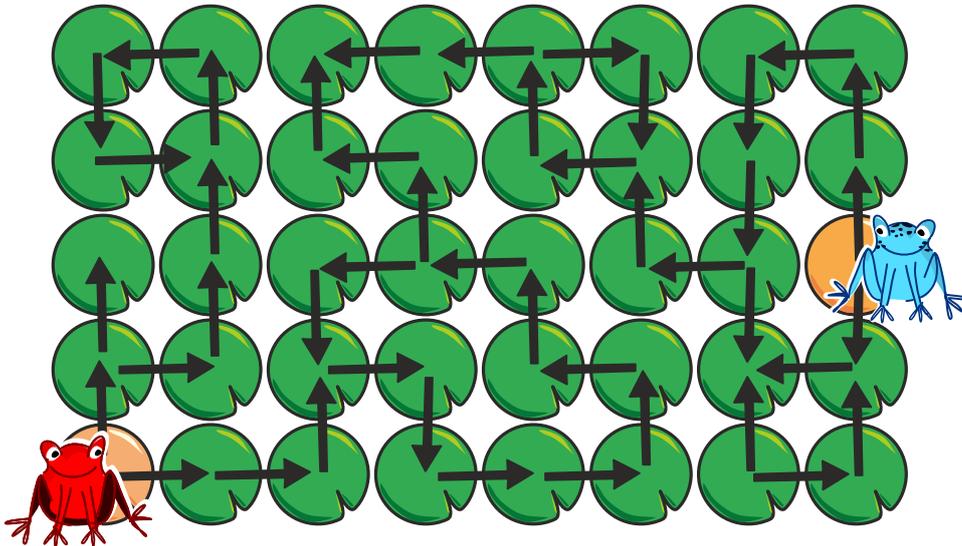
Bruno wird die Äste absägen, die den Summanden entsprechen. Schneller kann er nicht fertig sein.



Seerosen-Treff

Auf einem See können zwei Frösche von Seerosenblatt zu Seerosenblatt springen – aber nur entlang der Pfeile.

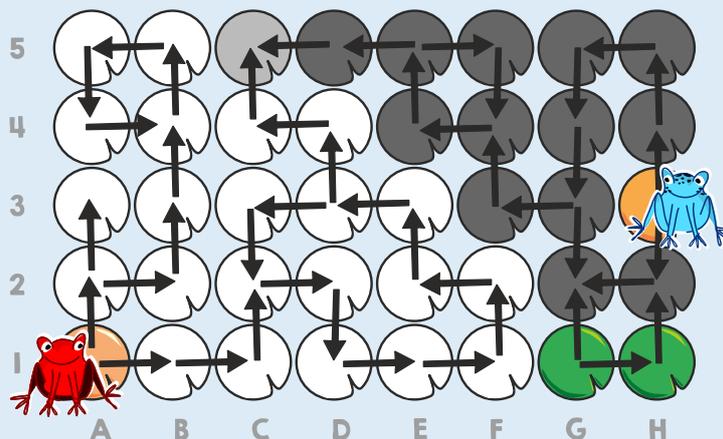
Auf welchem Seerosenblatt können sie sich treffen?



So ist es richtig:

Um die Lösung besser erklären zu können, bezeichnen wir im Seerosenblatt-Raster die Spalten mit Buchstaben und die Zeilen mit Zahlen und können jedes einzelne Blatt benennen.

Das Bild zeigt, welche Blätter die beiden Frösche auf allen möglichen Wegen entlang der Pfeile erreichen können. Die Blätter, die der rote Frosch erreichen kann, sind weiß eingefärbt; die Blätter, die der blaue Frosch erreichen kann, sind dunkelgrau markiert. Nur das Blatt C5 ist hellgrau, weil es von beiden erreicht werden kann. Nur auf diesem Seerosenblatt können sie sich treffen.





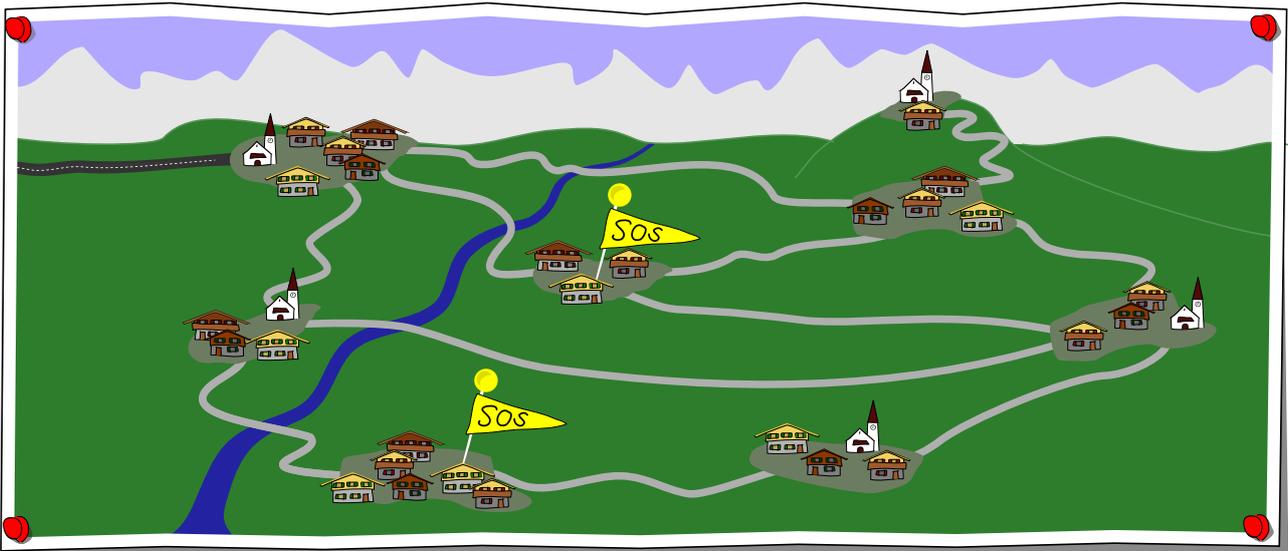
S.O.S. aus den Bergen

Einige Dörfer in den Bergen sind über ein Straßennetz zu erreichen. Nach einem Unwetter sind zwei Dörfer aber nicht mehr erreichbar und melden S.O.S. Daraus lässt sich auf den Zustand der Straßen schließen. Es gibt drei Möglichkeiten:

-  Die Straße ist nicht befahrbar.
-  Die Straße ist befahrbar.
-  Ohne weitere Information kann man nicht sagen, ob die Straße befahrbar oder nicht befahrbar ist.

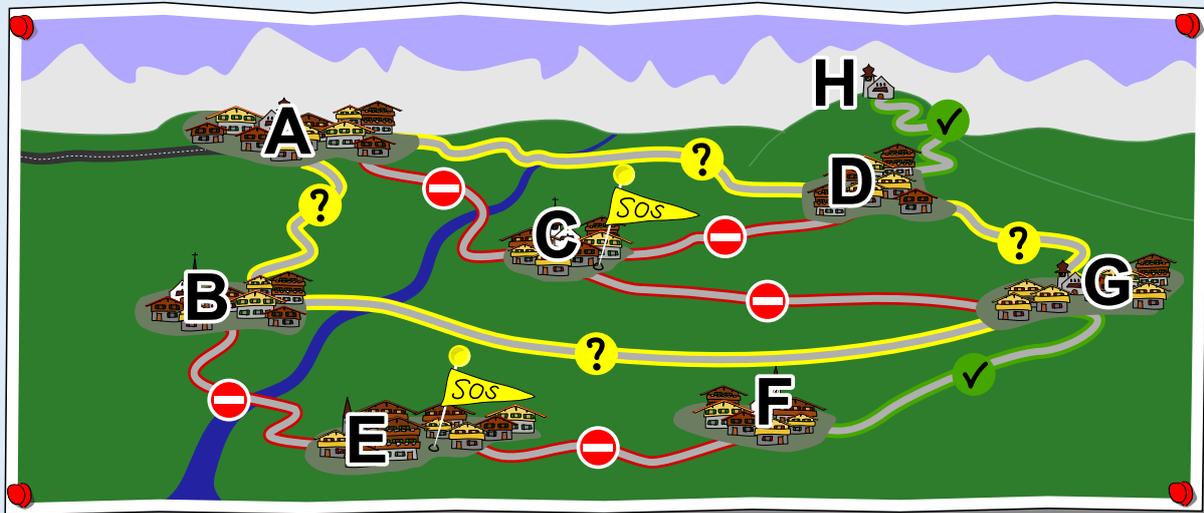
Unten siehst du das Straßennetz. Die Hauptstraße oben links ist befahrbar.

Gib für jede andere Straße ihren Zustand an.



**So ist es richtig:**

Die Karte zeigt, was wir über die Verbindungen im Straßennetz wissen:



Zuerst stellen wir fest: Alle Straßen, die zu den nicht erreichbaren Dörfern C und E führen, müssen nicht befahrbar sein – sonst könnte man die Dörfer doch erreichen.

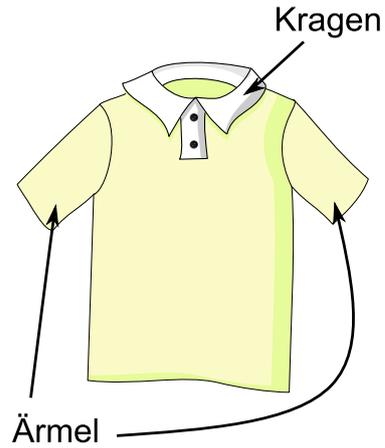
Als nächstes suchen wir die Straßen die befahrbar sein müssen. Die Straße zwischen den Dörfern G und F ist nun die einzige, über die F noch erreichbar ist; sie muss also befahrbar sein. Auch die Straße zwischen D und H muss befahrbar sein, da H nur über diese Straße erreichbar ist.

Nun ist noch der „Straßenkreis“ A – B – G – D – A übrig (wobei man auch bei einem anderen Dorf anfangen könnte). Für jede einzelne der vier Straßen in diesem Kreis gilt: Sie könnte nicht befahrbar sein – dann wären die vier Dörfer A, B, D und G über die drei anderen Straßen erreichbar – oder befahrbar. Ohne weitere Information kann man also nicht sagen, ob die Straße befahrbar ist oder nicht.



Sporthemd

Heute hat Anne ein Sporthemd an.
Es hat einen schwarzen Kragen,
aber keine schwarzen Ärmel und keine Streifen.



Welches Hemd hat Anne an?

A)	B)	C)	D)

Antwort B ist richtig.

Die Hemden A und D sind nicht richtig, weil sie schwarze Ärmel haben.

Das Hemd C ist nicht richtig, weil es Streifen hat.

Anne hat also Hemd B an: Es hat einen schwarzen Kragen, keine schwarzen Ärmel und keine Streifen.



Stempelbild

Mika hat vier verschiedene Stempel.

Er nimmt jeden Stempel einmal in die Hand und stempelt damit zweimal.

So entsteht dieses Bild:



Welchen Stempel hat Mika zuerst genommen?

A)	B)	C)	D)

Antwort C ist richtig:

Im Bild kann man sehen, dass manche gestempelten Figuren über anderen Figuren sind. Eine Figur, die über einer anderen liegt, kann Mika nicht mit dem ersten Stempel gemacht haben.

Nun schauen wir uns das Bild genau an:

-  Ganz rechts ist das Haus über der Blume;
das Haus kann also nicht der erste Stempel sein.
-  Links daneben ist das Blatt über der Sonne;
auch das Blatt kann nicht der erste Stempel sein.
-  Weiter links ist die Blume über dem Blatt;
auch die Blume kann nicht der erste Stempel sein.

Nur die Sonne ist über keiner anderen Figur: Mika hat also die Sonne zuerst genommen.

Weil Mika jeden Stempel nur einmal nimmt, wissen wir auch die Reihenfolge der anderen Stempel: Nach der Sonne hat Mika das Blatt genommen, danach die Blume und zuletzt das Haus.



Du hast fast das ganze Biberheft gelesen.
Zielgruppe: Informatik-interessiert.
Du solltest programmieren lernen:
jwinf.de
bwinf.de/python





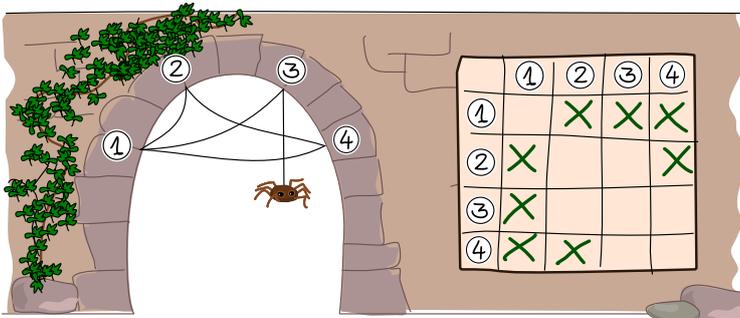
Theklas Netze

Spinne Thekla möchte möglichst viele verschiedene Netze bauen.
Deshalb notiert sie sich die Struktur jedes ihrer Netze, und zwar so:

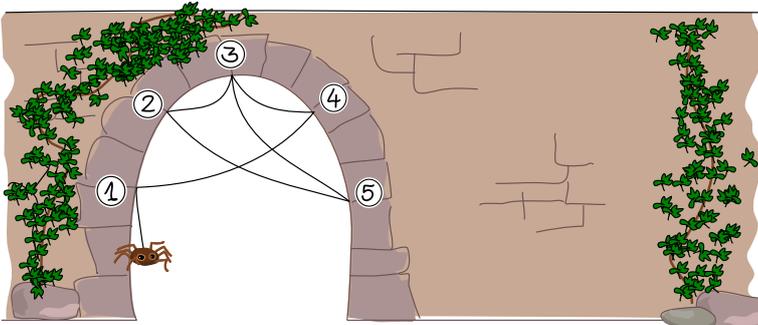
Sie nummeriert die Endpunkte des Netzes mit 1, 2, usw.
Die Struktur notiert sie dann in einem Raster,
das so viele Zeilen und Spalten hat wie das Netz Endpunkte hat.
Dann kreuzt sie die Felder im Raster nach dieser Regel an:

Wenn es einen Faden gibt, der von Endpunkt A zu Endpunkt B führt,
kreuzt sie das Feld in Spalte A und Zeile B an.

Beachte, dass Thekla für jeden Faden zwei Kreuze macht:
Ein Faden von Endpunkt A zu Endpunkt B führt auch von Endpunkt B zu Endpunkt A.
Hier siehst du ein Netz und wie Thekla seine Struktur notiert hat.



Thekla baut nun dieses Netz:



Wie notiert Thekla seine Struktur?

	A)	B)	C)	D)																																																																																																																																																
	<table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>①</th> <th>②</th> <th>③</th> <th>④</th> <th>⑤</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <th>①</th> <td></td> <td></td> <td></td> <td>X</td> <td></td> </tr> <tr> <th>②</th> <td></td> <td></td> <td>X</td> <td></td> <td>X</td> </tr> <tr> <th>③</th> <td></td> <td>X</td> <td></td> <td>X</td> <td>X</td> </tr> <tr> <th>④</th> <td>X</td> <td></td> <td>X</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <th>⑤</th> <td></td> <td>X</td> <td>X</td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>		①	②	③	④	⑤	①				X		②			X		X	③		X		X	X	④	X		X			⑤		X	X			<table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>①</th> <th>②</th> <th>③</th> <th>④</th> <th>⑤</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <th>①</th> <td></td> <td>X</td> <td></td> <td>X</td> <td></td> </tr> <tr> <th>②</th> <td>X</td> <td></td> <td>X</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <th>③</th> <td></td> <td>X</td> <td></td> <td>X</td> <td>X</td> </tr> <tr> <th>④</th> <td>X</td> <td></td> <td>X</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <th>⑤</th> <td></td> <td></td> <td>X</td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>		①	②	③	④	⑤	①		X		X		②	X		X			③		X		X	X	④	X		X			⑤			X			<table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>①</th> <th>②</th> <th>③</th> <th>④</th> <th>⑤</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <th>①</th> <td>X</td> <td></td> <td></td> <td>X</td> <td></td> </tr> <tr> <th>②</th> <td></td> <td></td> <td>X</td> <td></td> <td>X</td> </tr> <tr> <th>③</th> <td></td> <td>X</td> <td></td> <td>X</td> <td>X</td> </tr> <tr> <th>④</th> <td>X</td> <td></td> <td>X</td> <td>X</td> <td></td> </tr> <tr> <th>⑤</th> <td></td> <td>X</td> <td>X</td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>		①	②	③	④	⑤	①	X			X		②			X		X	③		X		X	X	④	X		X	X		⑤		X	X			<table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>①</th> <th>②</th> <th>③</th> <th>④</th> <th>⑤</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <th>①</th> <td></td> <td></td> <td></td> <td>X</td> <td></td> </tr> <tr> <th>②</th> <td></td> <td></td> <td>X</td> <td></td> <td>X</td> </tr> <tr> <th>③</th> <td></td> <td>X</td> <td></td> <td>X</td> <td>X</td> </tr> <tr> <th>④</th> <td>X</td> <td></td> <td>X</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <th>⑤</th> <td></td> <td></td> <td>X</td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>		①	②	③	④	⑤	①				X		②			X		X	③		X		X	X	④	X		X			⑤			X		
	①	②	③	④	⑤																																																																																																																																															
①				X																																																																																																																																																
②			X		X																																																																																																																																															
③		X		X	X																																																																																																																																															
④	X		X																																																																																																																																																	
⑤		X	X																																																																																																																																																	
	①	②	③	④	⑤																																																																																																																																															
①		X		X																																																																																																																																																
②	X		X																																																																																																																																																	
③		X		X	X																																																																																																																																															
④	X		X																																																																																																																																																	
⑤			X																																																																																																																																																	
	①	②	③	④	⑤																																																																																																																																															
①	X			X																																																																																																																																																
②			X		X																																																																																																																																															
③		X		X	X																																																																																																																																															
④	X		X	X																																																																																																																																																
⑤		X	X																																																																																																																																																	
	①	②	③	④	⑤																																																																																																																																															
①				X																																																																																																																																																
②			X		X																																																																																																																																															
③		X		X	X																																																																																																																																															
④	X		X																																																																																																																																																	
⑤			X																																																																																																																																																	

**Antwort A ist richtig:**

Im Raster von Antwort A sind alle Felder gemäß der Regel angekreuzt:

Von Endpunkt 1 führt genau ein Faden, und zwar zu Endpunkt 4.

Von Endpunkt 2 führen genau zwei Fäden, und zwar zu den Endpunkten 3 und 5.

Von Endpunkt 3 führen genau drei Fäden, und zwar zu den Endpunkten 2, 4 und 5.

Von Endpunkt 4 führen genau zwei Fäden, und zwar zu den Endpunkten 1 und 3.

Von Endpunkt 5 führen ebenfalls genau zwei Fäden, und zwar zu den Endpunkten 2 und 3.

Die Raster der anderen Antworten unterscheiden sich von dem von Antwort A. Deshalb sind dort nicht alle Felder gemäß der Regel angekreuzt:

Antwort B: Hier sind Felder für einen Faden von Endpunkt 1 nach Endpunkt 2 (und umgekehrt) angekreuzt, den es in Theklas Netz aber nicht gibt. Dafür wurden die Felder für den Faden von Endpunkt 2 nach Endpunkt 5 nicht angekreuzt.

Antwort C: In diesem Raster sind Felder in der Diagonale von links oben nach rechts unten angekreuzt. Das kann es aber nur geben, wenn ein Faden an einem Endpunkt eine Schleife bildet, also zum selben Endpunkt zurückführt. Eine solche Schleife gibt es in Theklas Netz nicht, erst recht nicht bei den Endpunkten 1 und 4, wie die Kreuze in Antwort C anzeigen.

Antwort D: Die Kreuze im Raster sollten ein Muster bilden, das symmetrisch ist zur Diagonale von links oben nach rechts unten: Jeder Faden von Endpunkt A zu B führt auch von B zu A, und deshalb gibt es für jedes Kreuz in Spalte A und Zeile B auch eines in Spalte B und Zeile A. In diesem Raster gibt es ein Kreuz in Spalte 2 und Zeile 5, aber keines in Zeile 5 und Spalte 2.

	①	②	③	④	⑤
①		✗	✗	✗	
②	✗		✗		✗
③		✗		✗	✗
④	✗		✗		
⑤		✗	✗		

	①	②	③	④	⑤
①	✗			✗	
②			✗		✗
③		✗		✗	✗
④	✗		✗	✗	
⑤		✗	✗		

	①	②	③	④	⑤
①				✗	
②			✗		✗
③		✗		✗	✗
④	✗		✗		
⑤		✗	✗		



Überblick

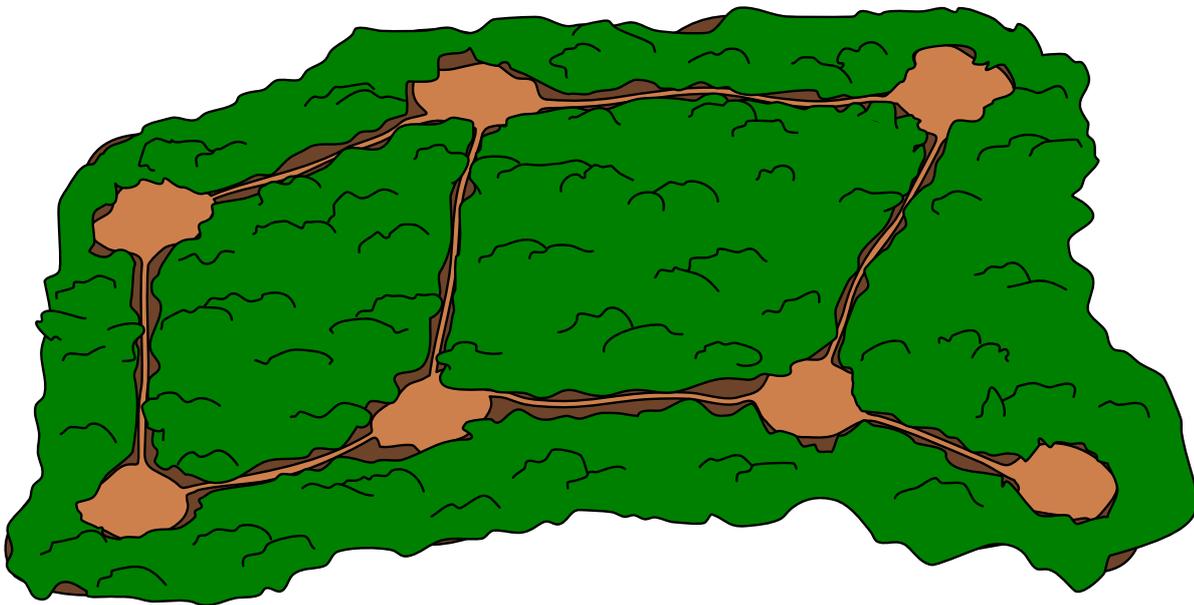
Im Wald gibt es Lichtungen und Wege dazwischen.

Von jeder Lichtung aus kann man die von dort ausgehenden Wege genau bis zur nächsten Lichtung überblicken.

Eine Gruppe von Helfern soll insgesamt alle Wege überblicken können.

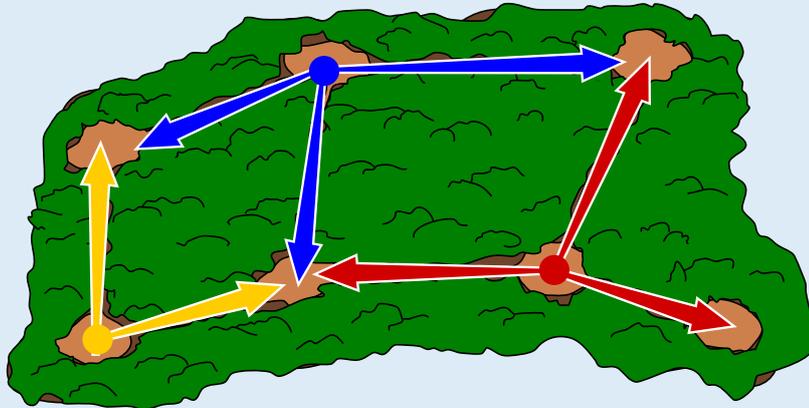
Die Försterin will dazu möglichst wenige Lichtungen mit Helfern besetzen.

Welche Lichtungen soll die Försterin besetzen?



**So ist es richtig:**

Die Försterin kann drei Lichtungen mit Helfern besetzen, so dass die Helfer insgesamt alle Wege überblicken können:



Würde es auch genügen, zwei Lichtungen zu besetzen? Es gibt acht Wege. Um sie alle von nur zwei Lichtungen aus überblicken zu können, müsste es eine Lichtung geben, von der mindestens vier Wege ausgehen. Aber eine solche Lichtung gibt es nicht in diesem Wald. Es müssen also mindestens drei Lichtungen besetzt werden.

Um mit drei Lichtungen auszukommen, muss die Försterin genau die oben gezeigten Lichtungen besetzen. Zunächst kann man überlegen: Um von drei Lichtungen aus alle acht Wege zu überblicken, müssen die Helfer von jeder besetzten Lichtung aus mindestens zwei Wege „exklusiv“ überblicken, die also nicht von Helfern auf einer anderen Lichtung überblickt werden können. Unter Beachtung dieser Regel wählen wir die zu besetzenden Lichtungen aus: Um die „Sackgasse“ unten rechts zu überblicken, muss die Lichtung am linken Ende dieser Sackgasse besetzt werden. Um unter anderem den Weg oben rechts zu überblicken, muss dann die Lichtung oben Mitte besetzt werden. Als dritte Lichtung kommt dann nur noch die links unten in Frage.



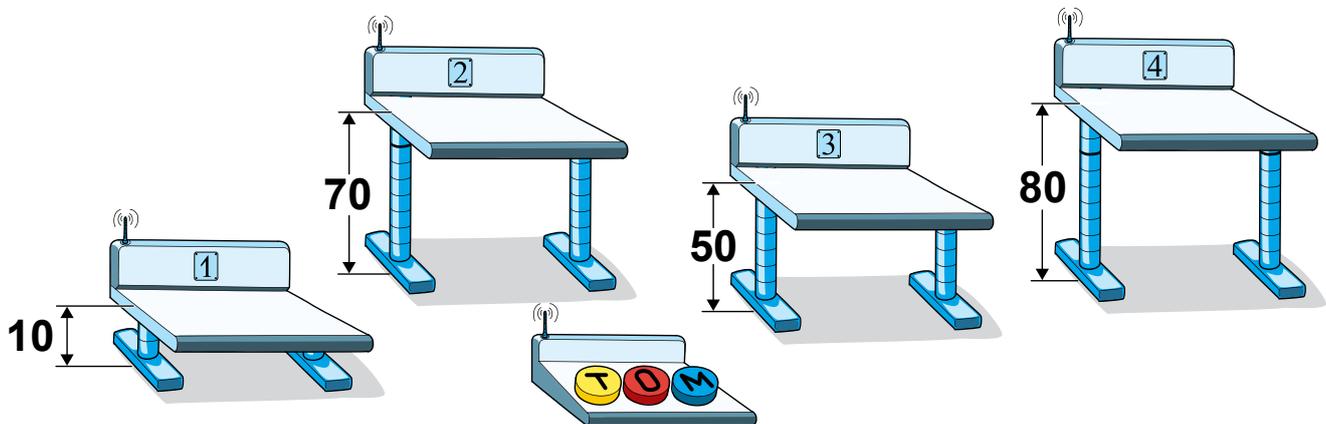
Verflixte Tische

Toll: Im Klassenraum gibt es vier Tische mit elektrisch einstellbarer Höhe!
Die Höhe kann mit einer Fernbedienung verändert werden.
Sie hat dazu drei Tasten: ,  und .

Jemand hat die Fernbedienung umprogrammiert.
Jedesmal, wenn die Tasten gedrückt werden, passiert nun Folgendes:

-  erhöht die Tische 1, 2 und 3 um jeweils 10 cm.
-  senkt die Tische 2, 3 und 4 um jeweils 10 cm.
-  erhöht die Tische 1, 3 und 4 um jeweils 10 cm.

Momentan sind die Tische 1, 2, 3 und 4 auf 10 cm, 70 cm, 50 cm und 80 cm eingestellt.



Für den Unterricht sollen alle vier Tische auf 60 cm eingestellt werden.

Wie muss man dazu die Tasten drücken?

- A) Drücke 4 x , 5 x  und 1 x .
- B) Drücke 5 x , 1 x  und 0 x .
- C) Drücke 3 x , 4 x  und 2 x .
- D) Drücke 2 x , 4 x  und 6 x .

**Antwort C ist richtig:**

Alle drei Tasten der Fernbedienung verändern die Höhe der Tische jeweils um 10 cm, also immer um denselben Betrag. Zwei Tasten erhöhen die Tische ( und ), eine Taste senkt die Pulte ab (). Für jeden Tisch schauen wir uns nun an, wie dessen Höhe verändert werden muss und was das für die Anzahl der Tastendrücke bedeutet.

- Tisch 1 muss um $5 \times 10 = 50$ cm erhöht werden. Dazu muss man 5-mal eine der Tasten  oder  drücken (Taste  hat keinen Einfluss auf Tisch 1). Das kann man als Gleichung schreiben: $T + M = 5$.
- Tisch 2 muss um 10 cm gesenkt werden. Taste  hat keinen Einfluss auf Tisch 2. Taste  erhöht Tisch 2, Taste  senkt ihn und muss einmal mehr gedrückt werden als  : $O - T = 1$.
- Tisch 3 muss um 10 cm erhöht werden: $T + M - O = 1$.
- Tisch 4 muss um 20 cm gesenkt werden: $O - M = 2$.

Die richtige Antwort muss alle vier Gleichungen erfüllen.

Antwort A ($T = 4, O = 5, M = 1$) erfüllt die Gleichungen der Tische 1 und 2, aber nicht die der Tische 3 und 4.

Antwort B ($T = 5, O = 1, M = 0$) erfüllt nur die Gleichung von Tisch 1.

Antwort C ($T = 3, O = 4, M = 2$) erfüllt alle Gleichungen.

Antwort D ($T = 2, O = 4, M = 6$) erfüllt gar keine Gleichung.



3-4: schwer

5-6: mittel

7-8: leicht

9-10: –

11-13: –



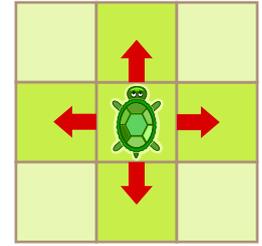
Vier Schildkröten

Vier Schildkröten leben in ihren kleinen Gärten.

Die Gärten sind in Felder unterteilt. Jedes Feld ist entweder mit Gras oder mit Steinen bedeckt.

Die Schildkröten können von einem Grasfeld zum nächsten gehen (siehe Bild).

Über Steine können sie nicht gehen.



Jede Schildkröte möchte ihren Garten vollständig abgrasen.

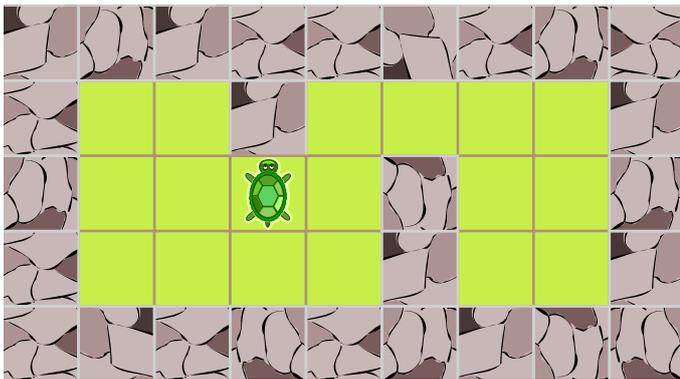
Dafür muss sie alle Grasfelder betreten, aber jedes nur genau einmal.

Sie startet auf dem Feld, auf dem sie im Bild steht.

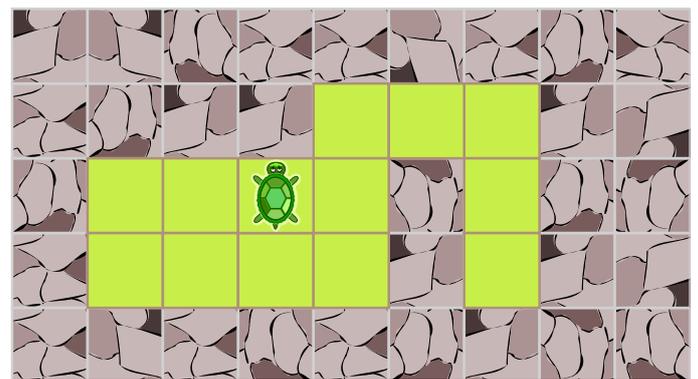
Leider kann eine Schildkröte ihren Garten nicht vollständig abgrasen.

Welcher Garten ist das?

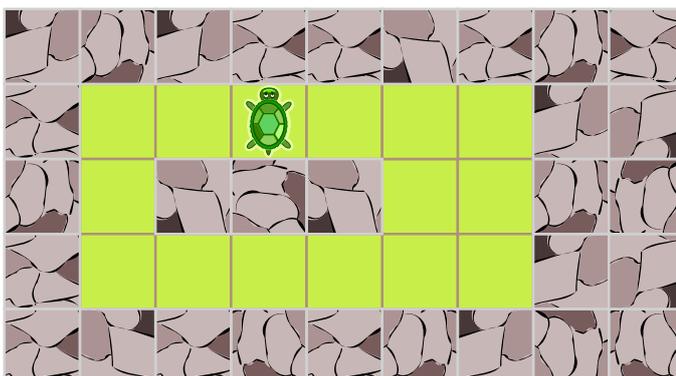
A)



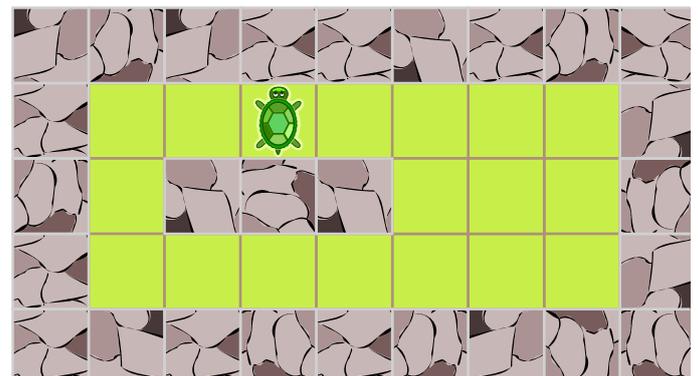
B)



C)

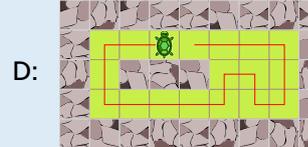
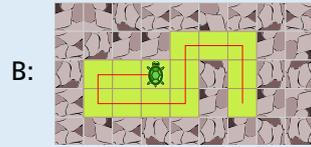
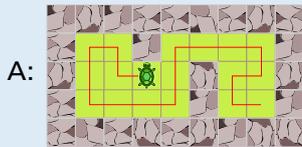


D)





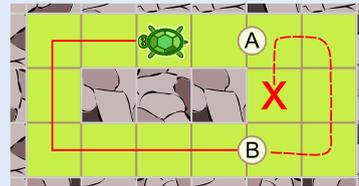
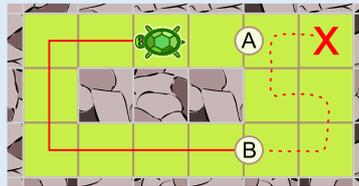
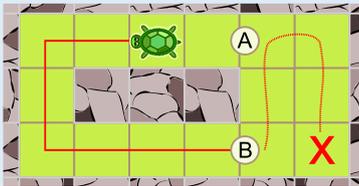
Antwort C ist richtig:



Die Gärten A, B und D können die Schildkröten vollständig abgrasen. Die Linien zeigen, welche Wege sie dazu gehen können (im Garten D gibt es mehrere Möglichkeiten).

Garten C kann nicht vollständig abgegrast werden. Ein Weg müsste jedenfalls das Stück zwischen den unten in den Abbildungen mit A und B markierten Stellen enthalten. Nun fehlt noch ein Weg von A nach B (oder umgekehrt), auf dem die Schildkröte jedes der verbleibenden sechs Grasfelder genau einmal besucht.

Es gibt jedoch keinen solchen Weg: Wenn wir bei B beginnen, zeigt sich, dass es nur drei verschiedene (Teil-)Wege über alle sechs Felder gibt. Keiner davon endet bei A. Umgekehrt, also wenn wir bei A beginnen, gibt es entsprechend keinen Weg über alle sechs Felder zu B.





Wassermühlen

Müller Mert hat sechs Mühlen.

Das Wasser fließt vom Berg zu den Mühlen, wie die Pfeile zeigen.

Auf dem Weg gibt es einige Wassersperren.

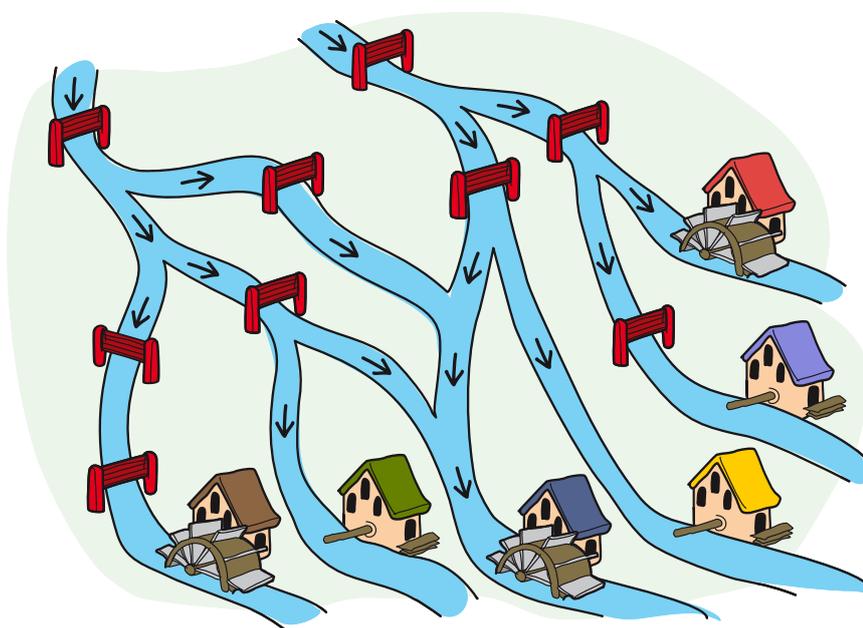
Wenn der Müller eine Sperre schließt, fließt das Wasser dort nicht mehr weiter.

Bei drei Mühlen muss der Müller noch das Mühlrad einbauen.

Zu diesen Mühlen soll deshalb kein Wasser mehr fließen.

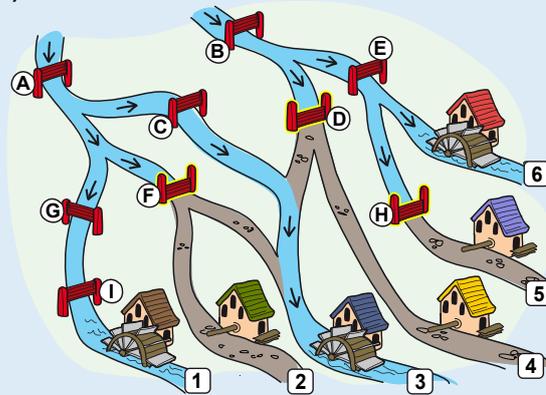
Zu den drei Mühlen mit Mühlrad soll das Wasser aber weiter fließen.

Welche Sperren soll der Müller schließen?



**So ist es richtig:**

Wenn der Müller die im Bild mit D, F und H bezeichneten Sperren schließt, fließt das Wasser nicht mehr zu den Mühlen, bei denen der Müller noch das Mühlrad einbauen muss (2, 4, 5), aber weiter zu den Mühlen mit Mühlrad (1, 3, 6):



Es gibt keine andere Möglichkeit, den gleichen Wasserfluss zu erreichen:

- Die Sperren A, G und I müssen offen sein, damit Wasser zur Mühle 1 fließt.
- Weil A offen sein muss, muss F geschlossen werden, damit kein Wasser zur Mühle 2 fließt.
- Die Sperren B und E müssen offen sein, damit Wasser zur Mühle 6 fließt.
- Dann muss H geschlossen werden, damit kein Wasser zur Mühle 5 fließt.
- Weil B offen sein muss, muss D geschlossen werden, damit kein Wasser zur Mühle 4 fließt.
- Damit trotzdem Wasser zur Mühle 3 fließt, muss C offen sein.



Träger:



GESELLSCHAFT
FÜR INFORMATIK



GEFÖRDERT VOM

